

Kombinatorická pravidla

1. Určete počet všech trojčiferných přirozených čísel, v jejichž dekadickém zápisu se každá číslice vyskytuje nejvýše jednou.

2. Na vrchol hory vedou čtyři turistické cesty a lanovka. Určete počet způsobů, kterými je možno se dostat a) na vrchol a zpět; b) na vrchol a zpět tak, aby zpáteční cesta byla jiná než cesta na vrchol; c) na vrchol a zpět tak, aby aspoň jednou byla použita lanovka; d) na vrchol a zpět tak, aby lanovka byla použita právě jednou.

3. Určete počet všech čtyřciferných přirozených čísel, v jejichž dekadickém zápisu není nula a ze zbývajících devíti číslic se v něm každá vyskytuje nejvýše jednou. Kolik z nich je větších než 9 000? Kolik je menších než 3 000?

4. Hana má pět různě barevných triček, tři nestejně sukne, broskev, jablko a sušenku. Kolika způsoby si do hodin matematiky může vzít tričko, sukni a jídlo, aby pokaždé vypadala jinak?

5. V restauraci mají na jídelním lístku 3 druhy polévek, 7 možností výběru hlavního jídla, 4 druhy moučnicku. K pití si lze objednat kávu, limonádu nebo džus. Host, zklamaný bídnou nabídkou, alespoň přemýšlí, kolika způsoby si může vybrat oběd, za předpokladu, že bude jíst a) jen polévku a hlavní jídlo, b) polévku, hlavní jídlo a dále si objedná nápoj, c) polévku, hlavní jídlo, moučnick a nápoj.

Variace bez opakování

6. Kolika způsoby se může 13 účastníků soutěže umístit na stupních vítězů? (Na daném místě je *právě* jeden.)

7. Ve třídě 4. A se vyučuje 21 různých předmětů. Kolika způsoby může RNDr. Voršílková sestavit rozvrh na středu, vyučuje-li se tento den 6 různých předmětů? V kolika případech je první hodinu matematika?

8. K sestavení vlajky, která má být složena ze tří různobarevných vodorovných pruhů, jsou k dispozici látky barvy bílé, červené, modré, zelené a žluté. a) Určete počet vlajek, které lze z látek těchto barev sestavit. b) Kolik z nich má modrý pruh? c) Kolik jich má modrý pruh uprostřed? d) Kolik jich nemá uprostřed červený pruh?

9. Výbor sportovního klubu tvoří šest mužů a čtyři ženy. Určete: a) kolika způsoby z nich lze vybrat předsedu, místopředsedu, jednatele a hospodáře; b) kolika způsoby z nich lze vybrat funkcionáře podle a) tak, aby ve funkci předsedy byl muž a ve funkci místopředsedy žena nebo obráceně; c) kolika způsoby z nich lze vybrat funkcionáře podle a) tak, aby právě jedním z nich byla žena. Rozhodněte, kolik uvedených uspořádání d) neodporuje ustanovením Evropské unie, e) potěší radikální feministku Rosu.

10. Zjistěte počet přirozených čtyřciferných čísel, která lze utvořit z číslic 1, 5, 6, 8, 9; číslice se nesmějí opakovat.

11. Kolik různých přirozených čtyřciferných čísel s různými ciframi lze sestavit z cifer 1, 2, 3, 4, 5? Kolik z nich je dělitelných 5? Kolik z nich je lichých?

12. Kolik přirozených čísel menších než 5 000 lze vytvořit z číslic 0, 3, 4, 5, jestliže se žádná číslice neopakuje?

13. Určete počet všech přirozených čísel větších než 2 000, v jejichž zápisech se vyskytují cifry 1, 2, 4, 6, 8, a to každá nejvýše jednou.

14. Kolik přirozených čísel menších než 500 je možno zapsat pomocí číslic 4, 5, 6, 7, jestliže se žádná číslice neopakuje?

15. Určete počet prvků konečné množiny, z nichž lze vytvořit a) pětkrát víc uspořádaných trojic než uspořádaných dvojic, ve kterých se žádný prvek neopakuje, b) 272 uspořádané dvojice, ve kterých se žádný prvek neopakuje.

16. Z kolika prvků je možno vytvořit a) 420, b) 610 variací 2. třídy bez opakování?

17. Kolik je dáno prvků, jestliže počet variací druhé třídy z těchto prvků je $12\times$ menší než počet variací čtvrté třídy z týchž prvků?

18. Z kolika prvků lze vytvořit 992 variací druhé třídy bez opakování?

Permutace bez opakování

19. Kolika způsoby lze postavit 20 žáků do řady při nástupu na tělocvik?

20. Kolika způsoby lze postavit do řady vedle sebe na policičku 15 různých knih?

21. Ktosi má vo swojej knižnici v jednom rade 15 kníh, medzi nimi 5 dielov Kukučínovho románu „Mať volá“. Koľko ráz môže knihy premiestiť tak, aby všetkých päť dielov románu stálo vedľa seba vždy v tom istom usporiadaní? (Vzhľadom ke svému literárnému obsahu je úloha ocitovaná v originálu.)

22. Určete, kolikrát lze přemístit slova ve verši „Sám svobody kdo hoden, svobodu zná vážiti každou“ tak, aby se „nepromíchala“ slova věty hlavní a vedlejší.

23. S připomínkami k zákazu kouření v areálu školy chce v Senátu vystoupit šest řečníků: A, B, C, D, E, F . Určete počet: a) všech možných pořadí jejich vystoupení; b) všech pořadí, v nichž vystupuje A po senátorce D ; c) všech pořadí, v nichž vystupuje A ihned po senátorce D .

24. Určete, kolika způsoby může m chlapců a n dívek nastoupit do zástupu tak, aby a) nejdříve stály všechny dívky a pak všichni chlapci; b) mezi žádnými dvěma chlapci nebyla žádná dívka ani mezi žádnými dvěma dívkami nebyl žádný chlapec; c) mezi žádnými dvěma chlapci nebyla žádná dívka.

25. Z kolika prvků je možno vytvořit 362 880 permutací?

26. V lavici sedí pět chlapců, z nichž dva bratři chtějí sedět vždy vedle sebe. Kolika způsoby je možné neposedné hochy rozsadit?

27. Kolik různých pěticiferných čísel je možné zapsat číslicemi 0, 1, 4, 7, 9? Kolik z nich je dělitelných a) 2, b) 10.

28. Jestliže se počet prvků zvětší o dva, zvětší se počet permutací dvanáctkrát. Kolik prvků bylo dáno?

Kombinace bez opakování

29. a) Kolika různými způsoby lze vyplnit tiket Sportky? b) Kolik je možných tipů, jestliže na každém tiketu tipujeme jako jedno z šesti čísel trojku?

30. Ve společnosti šesti osob si přiřukl sklenkou každý s každým. Kolik cinknutí se celkem ozvalo? (Při každém přiřuknutí se ozvalo cinknutí a žádná dvě cinknutí nesplynula.)

31. V matesu se losovalo 5 čísel ze 35. a) Kolik je možných tipů? Kolik je možných tipů, tipujeme-li na každém tiketu: b) jako jedno z pěti čísel číslo 7, c) jako dvě z pěti čísel čísla 1 a 35. d) Jaký nejmenší počet tiketů v jednom tahu zaručuje alespoň jednu výhru prvního pořadí?

32. Ze 6 mužů a 4 žen se má vybrat sedmičlenná skupina. a) Kolika způsoby je to možné? b) Kolika způsoby je to možné, jestliže v ní mají být právě dvě ženy?

33. Fotbalová reprezentace měla 3 brankáře, 5 obránců, 4 záložníky a 10 útočníků. Kolik různých mužstev mohl trenér na jednotlivá utkání sestavit?

34. Ve třídě je 30 žáků. Kolika způsoby lze vybrat čtveřici žáků na zkoušení?

35. Na běžecké trati běží 8 závodníků. Do finále postupují první tři. Kolik je možností na postupující trojici?

36. Kolika způsoby lze rozdělit 12 hráčů na dvě šestičlenná družstva?

37. Kolika způsoby lze 4 dívky a 8 chlapců rozdělit na dvě šestičlenná volejbalová družstva tak, aby v každém družstvu byla dvě děvčata a 4 chlapci?

38. Test přijímací zkoušky se skládá z 10 otázek z chemie, z 10 otázek z biologie a z 10 otázek z fyziky. V každém předmětu je vybíráno ze 200 navržených otázek. Kolik je možností sestavit test? (Na pořadí otázek nezáleží.)

39. Kolika způsoby lze ze skupiny 10 děvčat a 5 chlapců vybrat trojici, ve které jsou dvě děvčata a jeden chlapec?

40. Určete, kolika způsoby lze na šachovnici 8×8 vybrat a) trojici políček; b) trojici políček neležících v témže sloupci; c) trojici políček neležících v témže sloupci ani řadě; d) trojici políček, která nejsou všechna téže barvy.

41. Ve skupině je 20 dětí, každé dvě děti mají jiné jméno. Je mezi nimi i Alena a Jana. Kolika způsoby lze vybrat 8 dětí tak, aby mezi vybranými a) byla Alena, b) nebyla Alena, c) byla Alena a Jana, d) byla alespoň jedna z dívek Alena, Jana, e) byla nejvýše jedna z dívek Alena, Jana, f) nebyla ani Alena, ani Jana?

42. Ve třídě je 18 chlapců a 14 děvčat. Kolika způsoby mohou být zvoleni tři zástupci na jednání s ředitelkou školy, jestliže ředitelka jedná vždy: a) jen s chlapci, b) jen s děvčaty, c) jen se skupinami, kde je dvakrát více chlapců než děvčat.

43. Vyjádřete kombinačními čísly, kolika způsoby může m chlapců a n dívek utvořit taneční pár.

44. Kolik přímek určuje deset různých bodů v rovině, z nichž a) žádné tři neleží v přímce, b) právě šest leží v přímce, c) čtyři body leží v jedné přímce a jiné tři body leží v druhé přímce?

45. Kolik přímek určuje n různých bodů v rovině, z nichž právě p leží v přímce?

46. Je dáno 10 různých bodů. Zjistěte, kolik rovin tyto body určují, jestliže a) žádné čtyři body neleží v téže rovině, b) právě šest bodů leží v téže rovině.

47. Kolik rovin je určeno 15 body, jestliže a) žádné 4 neleží v jedné rovině, b) pět z nich leží v jedné rovině a žádné jiné 4 neleží v jedné rovině?

48. V prostoru je daných 20 bodů, z nichž žádné 4 neleží v jedné rovině. Kolik čtyřstěnů určují tyto body?

49. V rovině je 10 libovolně položených bodů. a) Kolik kružnic je nejvýše těmito body určeno? b) Kolik kružnic je nejvýše těmito body určeno, jestliže právě 6 bodů leží na jedné kružnici?

50. Určete počet vojáků strážního oddílu, víte-li, že z něho můžete vybrat 210 různých čtyřčlenných hlídek.

51. Kolik prvků dává 55 kombinací 2. třídy?

52. Jestliže se počet prvků zvětší o jeden, zvětší se počet kombinací třetí třídy o 21. Kolik bylo prvků původně?

53. Určete počet prvků tak, aby počet čtyřčlenných kombinací z nich vytvořených byl dvacetkrát větší než počet dvoučlenných kombinací.

Variace s opakováním

54. Zjistěte počet přirozených čtyřciferných čísel, která lze utvořit z číslic 1, 5, 6, 8, 9; číslice se smějí opakovat.

55. Kolik lze v daném kraji vytvořit různých registračních značek? Kolik bylo možno vytvořit v daném okrese SPZ?

56. Určete, kolik značek Morseovy abecedy lze utvořit sestavením teček a čárek do skupin o jednom až čtyřech prvcích.

57. Pokladna má zámek s pěti kotouči, na nichž jsou číslice 0, 1, 2, 3, ..., 9. Zámek se otevře po nastavení pěticiferného kódu. Pokladník kód zapomněl, a pamatuje si pouze číslici na místě desítek. Jak dlouho by mu potrvало vyzkoušení všech možných kódů, jestliže na nastavení jedné pětice potřebuje 3,6 sekundy?

58. Jméno a příjmení každého obyvatele městečka s 1 500 obyvateli může začínat jedním ze 32 písmen. Dokažte, že aspoň dva obyvatelé městečka mají stejné iniciály.

