

# STRUKTURA A VLASTNOSTI KAPALIN



Gymnasium F. X. Šaldy  
Liberec  
Honsoft 2020

**FYSIKA**  
pro 2. ročník

**SEMINÁŘ**  
z fyziky



# OBSAH

Úvod	4
<b>1 Struktura kapalin</b>	<b>5</b>
1.1 Povrchová vrstva kapaliny	5
1.2 Povrchová síla, povrchové napětí a povrchová energie	6
1.3 Tlak pod zakřiveným povrchem kapaliny	7
<b>2 Jevy na rozhraní tří prostředí*</b>	<b>10</b>
2.1 Kapka kapaliny na hladině kapaliny	10
2.2 Kapalina v nádobě	12
<b>3 Kapilární jevy</b>	<b>13</b>
3.1 Kapilární elevace a deprese	13
3.2 Podrobnější analýza stanovení elevační výšky*	14
3.3 Důsledky a aplikace	15
<b>4 Metody měření povrchového napětí kapalin</b>	<b>15</b>
4.1 Metoda kapilární elevace	15
4.2 Metoda kapková	15
4.3 Metoda odtrhávací	16
<b>5 Teplotní objemová roztažnost kapalin</b>	<b>17</b>
5.1 Měření teplotního součinitele objemové roztažnosti	18
Malý slovníček pojmů	19
Literatura	20

## ÚVOD

V úvodu tohoto učebního textu lze poznamenat totéž, co v úvodu učebního textu předchozího, tedy textu *Struktura a vlastnosti pevných látek*:

Vyučovací hodiny je lépe věnovat spíše řešení problémů než obkreslování obrázků. Proto jsou zde takovéto obrázky a základní poznámky shrnuty; studenti/studentky budou moci méně psát a více přemýšlet. Učební materiál tak slouží jako pomocný, faktografický text k výuce fyziky v gymnasiu. Problémy, doplňkové otázky a příklady nejsou součástí tohoto textu; v hodinách jsou zadávány jinak. Ve vyučovacích hodinách je probírané učivo doplněno velkým množstvím experimentů, z nichž řadu provádějí žáci sami. — Faktografický text nepřináší (ostatně ani přinášet nemůže) pranic originálního. Jde o kompilaci několika pramenů uzpůsobenou studentům gymnasia; seznam těchto pramenů je připojen v závěru. Tam je také přehled zdrojů použitých ilustrací.

Vznik jednotlivých kapitol od sebe dělí bezmála 20 let. Zatímco kapitoly 2–3 napsal autor jako začínající učitel Gymnasia F. X. Šaldy v prvních letech 21. století, kapitoly zbývající dopsal jako zástupce ředitele téže školy na podzim 2020, během II. dějství výuky za časů koronaviru. Tvorba kapitol 2–3 byla kdysi motivována snahou doplnit „standardní středoškolský učebnicový výklad“ o zdůvodnění „proč to tak je“, aby „předávané učivo“ nepadalo od tabule jako cosi, co je třeba si „zapamatovat, napsat do písemky a zapomenout“. Pojetí těchto kapitol je ovšem nutno omluvit „mladickou nerozvážností“: Pro běžnou výuku ve všeobecně zaměřené třídě jsou tyto pasáže nepochybně příliš náročné, proto je autor „opatřené hvězdičkou“ přenechává jen seminaristům a (fyzikálním, matematickým) olympionikům. Několik mírně nejapných, dobou podmíněných formulací bylo v textu ponecháno jako vzpomínka na *báječná „nultá“ léta 21. století*.

Prosím čtenáře, aby upozornili na případně nalezené chyby.

V Liberci 1. prosince 2020

-jvk-

## Označení

Hvězdicí (\*) jsou označeny vzorce či celé pasáže textu, které není nutno podrobně studovat v „základním gymnasiálním kursu fyziky“; využijí je spíše seminaristé.

Číslování vzorců není nutně spojitě, ale začíná v každém tématu zpravidla jedničkou na místě jednotek.

# STRUKTURA KAPALIN

## Vlastnosti kapalného skupenství

Vlastnosti kapalného skupenství látek jsme studovali v 1. ročníku, resp. kvintě.<sup>1)</sup> Připomněli jsme si je na začátku ročníku letošního, kdy jsme na ně nahlíželi zejména z hlediska kinetické teorie látek. Uvedme některé další vlastnosti kapalin:

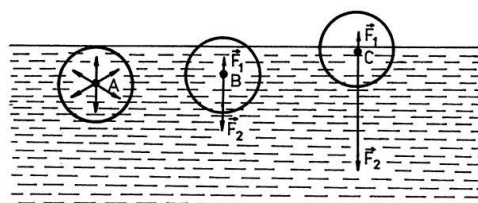
- Kapaliny mají **krátkodosahové uspořádání**.
- Na rozdíl od plynů mají částice kapalin menší vzájemné vzdálenosti, cca  $10^{-10}$  m. Proto na sebe působí významnými **přitažlivými silami**.
- Molekuly kapalin kmitají kolem rovnovážných poloh s frekvencí řádově  $10^{12}$  Hz. Tato doba se zmenšuje s rostoucí teplotou kapaliny. Navenek se tato skutečnost projevuje lepší **tekutostí kapaliny**.

## Povrchová vrstva kapaliny

Pozorování pohybu vážek na hladině vody či pokusy s mincemi (OBR. 1) ukazují, že hladina kapaliny se chová jako tenká pružná blána. Proč? — První vysvětlení podali fyzikové PIERRE-SIMON DE LAPLACE (1749–1828) a THOMAS YOUNG (1773–1829). Molekuly kapaliny na sebe vzájemně působí přitažlivými silami, jejichž velikost s rostoucí vzdáleností molekul klesá. **Sféra molekulového působení** je myšlená koule sestavená kolem dané částice (OBR. 2) tak, že za hranicí této koule je silové působení ostatních molekul na vybranou částici zanedbatelně malé. (Poloměry takových sfér jsou cca 1 nm.)



OBR. 1



OBR. 2

Je-li molekula i její sféra molekulového působení uvnitř kapaliny, pak výslednice přitažlivých sil, jimiž molekuly v této sféře působí na uvažovanou molekulu, je nulová. Ke každé molekule uvnitř koule i na její hranici lze totiž najít molekulu položenou k ní středově souměrně, takže se přitažlivé síly těchto molekul vyruší.

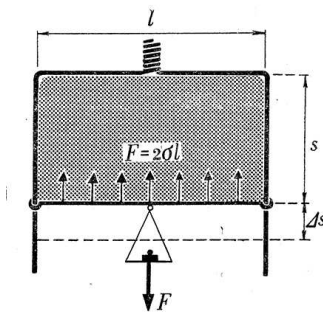
V případě molekuly, jejíž vzdálenost od volného povrchu kapaliny je menší než poloměr sféry molekulového působení, tomu tak není. Přitažlivé síly molekul kapaliny nejsou kompenzovány přitažlivými silami jiných molekul kapaliny, protože prostor sféry molekulárního působení není zcela vyplněn kapalinou (nad kapalinou je např. vzduch či pára dané kapaliny; částice látek

<sup>1)</sup> Viz učební text *Mechanika tekutin*.

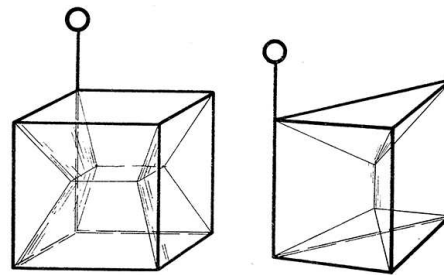
plynného skupenství působí na částice kapalin menšími silami). Výslednice přitažlivých sil pak má směr kolmý k rozhraní kapaliny a orientovaný dovnitř kapalného tělesa.

**Povrchová vrstva kapaliny** je vrstva molekul, jejichž vzdálenost od volného povrchu kapaliny je menší než poloměr sféry molekulového působení. Platí:

- Na každou molekulu, která se nachází v povrchové vrstvě kapaliny, působí sousední molekuly přitažlivou silou, která má směr dovnitř kapalného tělesa.
- Na posunutí molekuly kapaliny z vnitřku kapalného tělesa do povrchové vrstvy je třeba vykonat práci. Proto mají molekuly povrchové vrstvy větší potenciální energii než ostatní molekuly kapalného tělesa. Tuto složku potenciální energie nazýváme **povrchová energie kapaliny**.
- Kapalina zaujímá takový tvar, aby povrch kapalného tělesa byl minimální (protože pak je povrchová energie kapaliny také minimální). Tuto skutečnost ilustruje Plateauův pokus s drátěnými modely těles vloženými do mýdlového roztoku (OBR. 4). Protože při daném objemu má ze všech těles minimální povrch koule, mají malé vodní kapky kulový tvar. (Větší kapky jsou navíc deformovány působením dalších sil.)



OBR. 3



OBR. 4

## Povrchová síla, povrchové napětí a povrchová energie

Kapalina působí **povrchovou silou** na příčku rámečku (OBR. 3), stahuje ji, aby celkový povrch kapalného tělesa byl co nejmenší (nezapomínejme, že kapalné těleso v rámečku má povrchy dva, „vrchní“ a „spodní“). Velikost této síly lze měřit – např. tak, že ji kompenzujeme tíhou závaží připevněného k příčce. Tlak způsobený v kapalině povrchovou silou nazýváme **tlak kohezní**.

Vlastnosti povrchových vrstev kapalin popisujeme pomocí veličiny **povrchové napětí**:

$$\sigma = \frac{F}{l}, \quad (1)$$

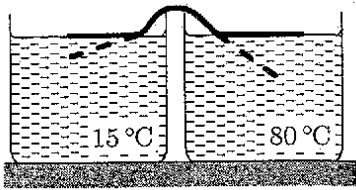
kde  $F$  je velikost povrchové síly a  $l$  délka okraje povrchové blány, na který povrchová síla působí kolmo v povrchu kapaliny.

- Jednotku povrchového napětí snadno odvodíme; je to  $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ .
- Povrchové napětí zavádíme jako veličinu skalární.<sup>2)</sup>

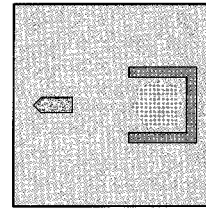
<sup>2)</sup> V některé literatuře, např. v [VSF], se lze setkat i s vektorovou definicí povrchového napětí.

- Povrchové napětí závisí na kapalině a na prostředí nad touto kapalinou, v tabulkách se udává pro kombinace prostředí, např. voda–vzduch  $73 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$ , voda–parafínový olej  $38 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$ .

Provedeme několik experimentů, jejichž uspořádání ukazují obrázky:



OBR. 5



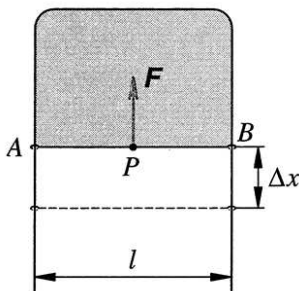
OBR. 6

Závěry z experimentů: Povrchové napětí kapaliny s rostoucí teplotou kapaliny klesá (OBR. 5). Povrchové napětí se snižuje přidávkem saponátu (OBR. 6).

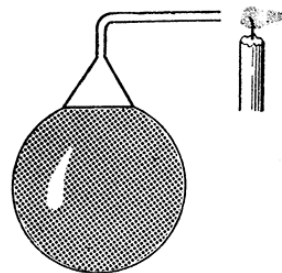
Pomocí povrchového napětí můžeme vyjádřit **změnu povrchové energie** při změně obsahu jednoho povrchu blány o  $\Delta S$  (viz OBR. 7). K tomu je třeba posunout příčku o dráhu  $\Delta x$ , čímž se vykoná práce  $W$ . Platí:

$$\Delta E = W = F \Delta x = \sigma l \Delta x = \sigma \Delta S, \quad (2)$$

neboť výraz  $\Delta S = l \Delta x$  odpovídá změně obsahu jednoho povrchu blány (počítáme jako obsah obdélníku).



OBR. 7

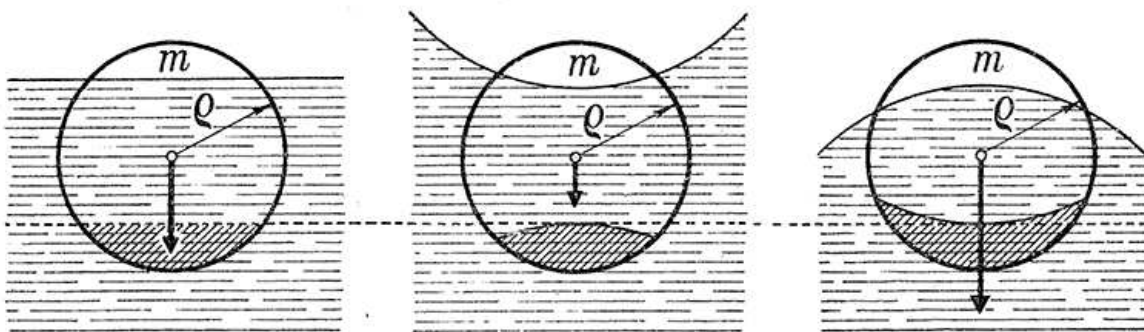


OBR. 8

## Tlak pod zakřiveným povrchem kapaliny

Pohyb proudu vzduchu v experimentu dle OBR. 8 ukazuje, že uvnitř bubliny je větší tlak než v okolním vzduchu. Je-li povrch kapaliny zakřivený (kapka, bublina), působí povrchová vrstva na kapalinu jinou silou než je tomu u rovinného povrchu.

Uvažujme o molekule, jež je vždy ve stejné hloubce pod povrchem kapaliny, a to pod povrchem rovinným, vydutým a vypuklým. Kružnice na obrázku (na následující straně) značí sféru molekulového působení; šrafovaná je ta část sféry, kde leží molekuly, jejichž silové působení není kompenzováno souměrně položenými molekulami kapaliny, a proto se svým silovým působením podílejí na povrchové síle.



rovinný povrch

vydutý povrch  
(konkávní povrch)

vypuklý povrch  
(konvexní povrch)

menší nekompensovaný objem  
menší výslednice sil  
menší celkový tlak

větší nekompensovaný objem  
větší výslednice sil  
větší celkový tlak

$$p = p_{\text{koh}}$$

$$p = p_{\text{koh}} - p_k$$

$$p = p_{\text{koh}} + p_k$$

„Přídavný tlak“, který dle tvaru zakřivené plochy k tlaku koheznímu přičítáme, nebo jej od něj odčítáme, nazýváme **tlak kapilární**. Odvodíme vztah pro výpočet tohoto tlaku. Uvažujme o (mýdlové) bublině o poloměru  $r$ , kterou poněkud „přifoukneme“ (OBR. 9), a tak nepatrně zvětšíme její poloměr o  $\Delta r$ . Přitom jsme vykonali práci

$$W = F \Delta r = p_k S \Delta r = p_k 4\pi r^2 \Delta r; \quad (3)$$

při odvození jsme využili vztah pro velikost tlakové síly  $F = pS$  a vzorec pro povrch koule (bubliny)  $S = 4\pi r^2$ , na niž tlaková síla působí. „Přifouknutím“ bubliny ovšem také vzroste její povrchová energie

$$\Delta E = \sigma \Delta S; \quad (4)$$

k dalšímu výpočtu potřebujeme vyjádřit rozdíl  $\Delta S$  povrchů „méně“ a „více“ nafouknuté bubliny. Původní povrch mýdlové blány tvořící bublinu je

$$S_1 = 8\pi r^2; \quad (5)$$

povrch koule  $S = 4\pi r^2$  jsme započítali dvakrát, protože blána má dva povrchy: vnější a vnitřní. Pro povrch blány „přifouknuté“ bubliny platí

$$S_2 = 2 \cdot [4\pi(r + \Delta r)^2] = 2 \cdot [4\pi(r^2 + 2r\Delta r + (\Delta r)^2)]; \quad (6)$$

k odvození jsme užili algebraický vzorec pro  $(a + b)^2$ ; třetí člen rozvoje, tj.  $(\Delta r)^2$ , je však velmi malý a proto jej v dalším výpočtu zanedbáme. Po roznásobení dostaneme  $S_2 = 8\pi r^2 + 16\pi r\Delta r$ , užijeme-li tento vztah a vzorec (5), dostaneme pro rozdíl povrchů bublin

$$\Delta S = S_2 - S_1 = 16\pi r\Delta r, \quad (7)$$

a proto dosazením do (4) získáme

$$\Delta E = \sigma \cdot 16\pi r\Delta r. \quad (8)$$



Podle zákona zachování energie se přírůstek povrchové energie bubliny po „přifouknutí“ rovná práci k jejímu přifouknutí vykonané, tedy  $\Delta E = W$ . Dosadíme-li ze vztahu (3) a (8), dostaneme rovnost

$$16\pi r \Delta r \sigma = 4\pi r^2 \Delta r p_k,$$

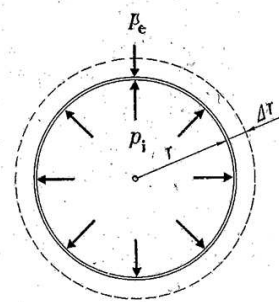
z níž po jednoduchých úpravách získáme výsledný vztah pro **kapilární tlak v bublině**

$$p_k = \frac{4\sigma}{r}. \quad (9a)$$

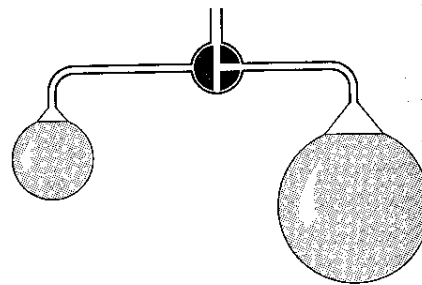
Kapka se od bubliny liší tím, že nemá dva povrchy, nýbrž pouze jeden. Vztah pro **kapilární tlak v kapce** je tedy

$$p_k = \frac{2\sigma}{r}. \quad (9b)$$

*Shrnutí:* Kapilární tlak v bublině, resp. kapce je přímo úměrný povrchovému napětí, nepřímo úměrný poloměru bubliny, resp. kapky.



OBR. 9



OBR. 10

**Experiment.** Na trubičce s trojcestným kohoutem (OBR. 10) vyfoukneme postupně malou a velkou bublinu. Jak se po otevření kohoutu soustava zachová? „Kapitalisticky“, nebo „socialisticky“? „Vysaje“ větší bublina bublinu menší, nebo se objemy vyrovnají? Nebo pokus dopadne ještě nějak jinak?

# JEVY NA ROZHRANÍ TŘÍ PROSTŘEDÍ\*

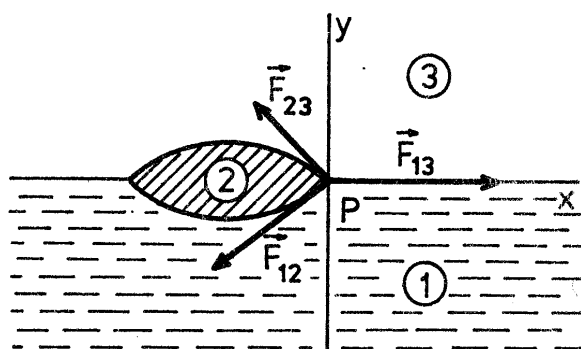
## Kapka kapaliny na hladině kapaliny

Na hladinu (viz OBR. 11) kapaliny (1), nad níž je plynné prostředí (3), kápneme kapku jiné kapaliny (2). Vzniklé tři povrchové vrstvy (kapalina 1 – kapalina 2; kapalina 1 – plyn 3; kapalina 2 – plyn 3) se spolu stýkají podél „rovničky“ kapky. Na každý úsek délky  $\Delta l$  společného rozhraní působí tři povrchové síly  $\vec{F}_{12}$ ,  $\vec{F}_{23}$ ,  $\vec{F}_{13}$  (dvojice indexů samozřejmě odpovídají indexům jednotlivých prostředí). Označíme-li analogicky příslušná povrchová napětí, můžeme pro velikosti sil psát:

$$F_{12} = \sigma_{12}\Delta l, \quad F_{23} = \sigma_{23}\Delta l, \quad F_{13} = \sigma_{13}\Delta l. \quad (10)$$

Síly  $\vec{F}_{12}$ ,  $\vec{F}_{23}$  kapku stahují, zatímco síla  $\vec{F}_{13}$  se snaží ji roztáhnout po hladině kapaliny. V rovnovážném stavu, kdy je kapka v klidu a má tvar čočky, platí:

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{13} = \vec{0}. \quad (11)$$



OBR. 11

Tuto vektorovou rovnici rozepíšeme do dvou složek. Ve směru osy x dostáváme rovnost

$$F_{12} \cos \vartheta_{12} + F_{23} \cos \vartheta_{23} = F_{13}; \quad (12)$$

ve směru osy y rovnost

$$F_{12} \sin \vartheta_{12} = F_{23} \sin \vartheta_{23}. \quad (13)$$

Obě rovnice umocníme na druhou:

$$F_{12}^2 \cos^2 \vartheta_{12} + 2F_{12}F_{23} \cos \vartheta_{12} \cos \vartheta_{23} + F_{23}^2 \cos^2 \vartheta_{23} = F_{13}^2, \quad (14)$$

$$F_{12}^2 \sin^2 \vartheta_{12} = F_{23}^2 \sin^2 \vartheta_{23}. \quad (15)$$

Nyní rovnice sečteme. Užijeme přitom goniometrický vzorec  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ; dostaneme:

$$F_{12}^2 + 2F_{12}F_{23} \cos \vartheta_{12} \cos \vartheta_{23} + F_{23}^2 \cos^2 \vartheta_{23} = F_{13}^2 + F_{23}^2 \sin^2 \vartheta_{23}. \quad (16)$$

První člen převedeme z levé strany na pravou, a poté k oběma stranám rovnosti přičteme výraz  $F_{23}^2 \cos^2 \vartheta_{23}$  (laskavý čtenář se vyvaruje otázek typu „Jak na to mám přijít?“; hned následující řádek ukazuje, jak je tato úprava účelná):

$$2F_{12}F_{23} \cos \vartheta_{12} \cos \vartheta_{23} + 2F_{23}^2 \cos^2 \vartheta_{23} = F_{13}^2 + F_{23}^2 \sin^2 \vartheta_{23} - F_{12}^2 + F_{23}^2 \cos^2 \vartheta_{23}. \quad (17)$$

Na levé straně vytkneme; pravou stranu upravíme dle „oblíbeného“ goniometrického vzorce:

$$2F_{23} \cos \vartheta_{23}(F_{12} \cos \vartheta_{12} + F_{23} \cos \vartheta_{23}) = F_{13}^2 + F_{23}^2 - F_{12}^2. \quad (18)$$

Pozorná čtenářka (a snad i pozorný čtenář) si povšimla, že závorka na levé straně odpovídá levé straně vzorce (12); proto ji můžeme nahradit silou  $F_{13}$ . Z takto zjednodušené rovnosti vyjádříme úhel  $\vartheta_{23}$ :

$$\cos \vartheta_{23} = \frac{F_{13}^2 + F_{23}^2 - F_{12}^2}{2F_{13}F_{23}}. \quad (19)$$

Užijme vztahy (10) a pišme:

$$\cos \vartheta_{23} = \frac{\sigma_{13}^2(\Delta l)^2 + \sigma_{23}^2(\Delta l)^2 - \sigma_{12}^2(\Delta l)^2}{2\sigma_{13}\Delta l\sigma_{23}\Delta l}. \quad (20)$$

V čitateli a jmenovateli vytkneme  $(\Delta l)^2$ , které se vzápětí vykrátí. Výsledkem je vztah

$$\cos \vartheta_{23} = \frac{\sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2 - \sigma_{12}^2}{2\sigma_{13}\sigma_{23}}, \quad (21)$$

se kterým budeme dále pracovat. Postupem zcela analogickým dokážeme obdobný vztah pro úhel  $\vartheta_{12}$ :

$$\cos \vartheta_{12} = \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 - \sigma_{23}^2}{2\sigma_{12}\sigma_{13}}. \quad (22)$$

Vraťme se k OBR. 11. Aby se kapka udržela pohromadě, musejí být úhly  $\vartheta_{12}$  a  $\vartheta_{23}$  menší než  $\pi/2$  (tj. menší než  $90^\circ$ ). Z matematiky je známo, že je-li  $x \in (0, \pi/2)$ , pak je  $\cos x \in (0, 1)$ . Proto dostáváme rovnosti

$$0 < \cos \vartheta_{12} < 1, \quad \text{resp.} \quad 0 < \cos \vartheta_{23} < 1, \quad (23)$$

do nichž dosadíme úhly vyjádřené ve vztazích (22), resp. (21):

$$0 < \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 - \sigma_{23}^2}{2\sigma_{12}\sigma_{13}} < 1, \quad \text{resp.} \quad 0 < \frac{\sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2 - \sigma_{12}^2}{2\sigma_{13}\sigma_{23}} < 1. \quad (24)$$

Zlomky odstraníme vynásobením (nenulovými) jmenovateli:

$$0 < \sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 - \sigma_{23}^2 < 2\sigma_{12}\sigma_{13}, \quad \text{resp.} \quad 0 < \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2 - \sigma_{12}^2 < 2\sigma_{13}\sigma_{23}. \quad (25)$$

Nyní obě nerovnice sečteme, na levé straně se několik členů vyruší, dále nerovnici vydělíme dvěma a nenulovým  $\sigma_{13}$ :

$$2\sigma_{13}^2 < 2(\sigma_{12}\sigma_{13} + \sigma_{13}\sigma_{23}) \quad (26)$$

$$\sigma_{13}^2 < \sigma_{12}\sigma_{13} + \sigma_{13}\sigma_{23} \quad (27)$$

$$\sigma_{13} < \sigma_{12} + \sigma_{23}. \quad (28)$$

Připomeňme, že uvedené rovnosti jsme tvořili s cílem najít podmínky, za kterých se kapka udrží pohromadě. Platí-li tedy podmínka (28), kapka se udrží pohromadě; platí-li její negace, kapka se „rozplizne“ po hladině. Nastane tedy jedna ze dvou možností:

1) Je-li  $\sigma_{13} < \sigma_{12} + \sigma_{23}$ , pak se **kapka udrží pohromadě** a má tvar čočky. Příklad: parafínový olej na vodě. (Povrchové napětí mezi vodou a parafínovým olejem je  $\sigma_{12} = 38 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$ , mezi olejem a vzduchem  $\sigma_{23} = 40 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$  a mezi vodou a vzduchem  $\sigma_{13} = 74 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$ . Uvedená nerovnost je splněna, neboť  $74 < 78$ .)

2) Je-li  $\sigma_{13} \geq \sigma_{12} + \sigma_{23}$ , pak se **kapka rozteče po povrchu** kapaliny.<sup>3)</sup> Příklad: olivový olej na vodě. (Povrchové napětí mezi vodou a olivovým olejem je  $\sigma_{12} = 12 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$ , mezi olejem a vzduchem  $\sigma_{23} = 33 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$  a mezi vodou a vzduchem  $\sigma_{13} = 74 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$ . Uvedená nerovnost je splněna, neboť  $74 > 45$ .)

## Kapalina v nádobě

Nalejeme-li kapalinu do nádoby (viz OBR. 12), stýkají se u vnitřní stěny nádoby tři prostředí: stěna z pevné látky (1), kapalina (2) a vzduch (3).<sup>4)</sup> Povrchové síly, resp. napětí v jednotlivých rozhraních označíme analogicky jako v předchozích výkladech  $\vec{F}_{12}$ ,  $\vec{F}_{13}$ ,  $\vec{F}_{23}$ , resp.  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{13}$ ,  $\sigma_{23}$ . Protože  $\vec{F}_{12}$  a  $\vec{F}_{13}$  leží na jedné přímce, je – porovnejme s OBR. 11 – nutně úhel  $\vartheta_{12} = 0$ , potom ovšem je  $\cos \vartheta_{12} = 1$ . Toto dosadíme do vztahu (22), odstraníme zlomek a dostaneme

$$\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 - \sigma_{23}^2 = 2\sigma_{12}\sigma_{13}. \quad (30)$$

Odstraníme zlomek také v rovnosti (21), dostaneme

$$\sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2 - \sigma_{12}^2 = \cos \vartheta_{23} \cdot 2\sigma_{13}\sigma_{23}. \quad (31)$$

Rovnosti (30) a (31) sečteme:

$$2\sigma_{13}^2 = 2\sigma_{12}\sigma_{13} + \cos \vartheta_{23} \cdot 2\sigma_{13}\sigma_{23}. \quad (32)$$

Tuto rovnost vydělíme nenulovým výrazem  $2\sigma_{13}$  a vyjádříme úhel  $\vartheta_{23}$ :

$$\cos \vartheta = \cos \vartheta_{23} = \frac{\sigma_{13} - \sigma_{12}}{\sigma_{23}}. \quad (33)$$

Protože jiný úhel než  $\vartheta_{23}$  v dalších úvahách nefiguruje, značme jej od této chvíle pouze  $\vartheta$ .

Mohou nastat tyto situace:

1) Je-li  $\sigma_{13} < \sigma_{12}$ , je čitatel zlomku v (33) záporný. Záporné hodnoty funkce  $\cos$  přísluší úhlům z intervalu  $(\pi/2, 3\pi/2)$ ; z hlediska naší situace stačí uvažovat jen interval  $(\pi/2, \pi)$ . Proto je úhel  $\vartheta$  **tupý** (OBR. 13). Částice u stěny nádoby jsou taženy směrem dolů. Kapalina **nesmáčí stěnu**, její volný povrch je **vypuklý (konvexní)**.<sup>5)</sup> Příklad: kombinace látek rtuť, sklo, vzduch.

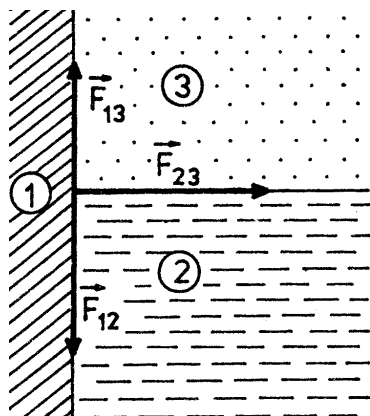
2) Je-li  $\sigma_{13} > \sigma_{12}$ , je čitatel zlomku v (33) kladný. Kladné hodnoty funkce  $\cos$  přísluší (v našem případě) úhlům z intervalu  $(0, \pi/2)$ , proto je úhel  $\vartheta$  **ostrý** (OBR. 14). Částice u stěny nádoby

<sup>3)</sup> Na dosti velkém povrchu se kapka rozteče na vrstvu, jejíž tloušťka je rovna poloměru sféry molekulového působení. Toho lze využít k „měření molekuly pravítkem“ – viz učební text *Fyzikální měření pro gymnasia*.

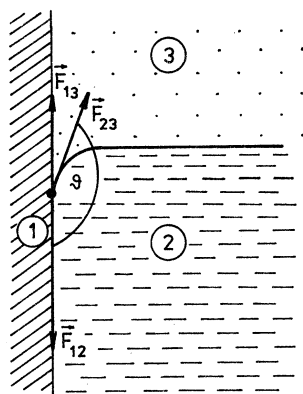
<sup>4)</sup> Místo vzduchu někdy také sytá pára kapaliny, viz další výklad.

<sup>5)</sup> Pojmy „konvexní“ a „konkávni“ je třeba vztahovat na povrch kapaliny, ne na funkci, která popisuje jeho hranici, srov. s pojmy o průběhu funkce jedné proměnné.

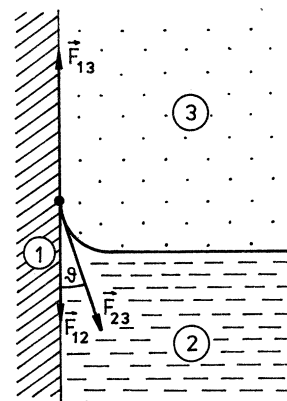
se posunou směrem vzhůru. Kapalina **smáčí stěnu**, její volný povrch je **vydutý (konkávní)**.  
Příklad: kombinace látek voda, sklo, vzduch.



OBR. 12



OBR. 13



OBR. 14

3) Je-li  $\sigma_{13} = \sigma_{12}$ , je čitatel diskutovaného zlomku roven 0. Tedy  $\cos \vartheta = 0$ , z toho plyne (v dané situaci)  $\cos \vartheta = \pi/2$ . Hladina kapaliny svírá se stěnou nádoby **pravý** úhel, povrch kapaliny je **rovinný až ke stěně**. Příklad: kombinace látek voda, stříbro, vzduch.

4) Je-li  $\sigma_{13} - \sigma_{12} = \sigma_{23}$ , je  $\cos \vartheta = 1$  a úhel  $\vartheta = 0$ . Kapalina se **zvedne podél stěny** nahoru, rovnováha nastane, až kapalina pokryje celou stěnu tenkou vrstvou, dochází k **dokonalému smáčení**. Příklad: kombinace látek voda, velmi čisté sklo, vzduch.

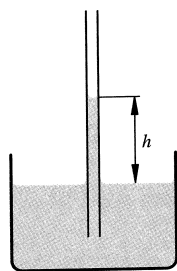
## KAPILÁRNÍ JEVY

### Kapilární elevace a deprese

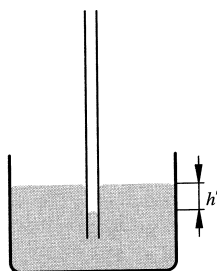
**Kapilára** (z lat. *capillus* – vlas) je úzká trubice malého vnitřního průměru. Vložíme-li kapiláru svisle do širší nádoby, pozorujeme zakřivení povrchu kapaliny v kapiláře a její vzestup nebo snížení vzhledem ke hladině kapaliny v nádobě.

**Kapilární elevace** – vzniká u kapalin **smáčejších** stěny nádoby. Vytvoří se dutý vrchlík, který je výše než hladina okolní kapaliny (OBR. 15).

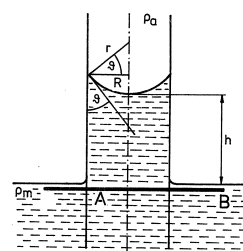
**Kapilární deprese** – vzniká u kapalin **nesmáčejších** stěny nádoby. Vytvoří se vypuklý vrchlík, který je níže než hladina okolní kapaliny (OBR. 16).



OBR. 15



OBR. 16



OBR. 17

Stanovme **elevační výšku**  $h$  (OBR. 15) v kapiláře o vnitřním poloměru  $R$ . Ve výšce  $h$ , do níž kapalina vystoupí, je hydrostatický tlak roven tlaku kapilárnímu, tedy

$$p_h = p_k.$$

Po dosazení vztahu pro hydrostatický tlak a vztahu (9b) – připomeňme, že kapalina v kapiláře má pouze jeden volný povrch, poloměr tohoto povrchu je totožný s poloměrem kapiláry –, dostaneme

$$h\rho g = \frac{2\sigma}{R}.$$

Z této rovnosti vyjádříme výšku  $h$

$$h = \frac{2\sigma}{R\rho g}. \quad (40)$$

Tento vztah lze užít k řešení řady úloh či problémů; využívá jej také kapilární metoda stanovení povrchového napětí (viz další výklad).

### Podrobnější analýza stanovení elevační výšky\*

Stanovme **elevační výšku**  $h$  (OBR. 17). Využijeme přitom **základní rovnici hydrostatiky**, která říká, že v kapalině, která je v tíhovém poli v rovnovážném stavu, je v každém místě vodorovné roviny vedené kapalinou stejný tlak. Taková rovina je silnou čarou vyznačena v OBR. 17. Uvažujme o tlacích v bodech  $A$  (pod kapilárou) a  $B$  (jinde).

Tlak v bodě  $B$ :

- nad povrchem kapaliny je vzduch  $\rightarrow$  atmosferický tlak  $p_a$
- bod  $B$  pod povrchem  $\rightarrow$  kohezní tlak  $p_{koh}$

Tlak v bodě  $A$ :

- nad povrchem kapaliny je vzduch  $\rightarrow$  atmosferický tlak  $p_a$ ; sloupec vzduchu je v porovnání s bodem  $B$  nižší o délku  $h$ , jež je vyplněna kapalinou, proto je nutno odečíst tlak  $h\rho_0 g$ , kde  $\rho_0$  je hustota vzduchu
- bod  $B$  pod povrchem  $\rightarrow$  kohezní tlak  $p_{koh}$ ; povrch je dutě zakřiven, proto je nutno odečíst kapilární tlak  $p_k = 2\sigma/r$
- sloupec vody o výšce  $h$   $\rightarrow$  hydrostatický tlak  $h\rho g$ , kde  $\rho$  je hustota kapaliny

Z uvedené analýzy dostáváme rovnici:

$$p_a + p_{koh} = p_a - h\rho_0 g + p_{koh} - \frac{2\sigma}{r} + h\rho g, \quad (41)$$

kterou snadno upravíme na tvar

$$\frac{2\sigma}{r} = h\rho g - h\rho_0 g, \quad (42)$$

z něhož dostáváme

$$h = \frac{2\sigma}{r(\rho - \rho_0)g}. \quad (43)$$

Je-li  $R$  vnitřní průměr trubice a  $\vartheta$  krajní úhel, je podle OBR. 17 poloměr zakřiveného povrchu  $r$  dán vztahem  $r = R/\cos\vartheta$ . Hustota vzduchu  $\rho_0$  je v porovnání s hustotou kapaliny  $\rho$  malá; proto ji lze zanedbat. Z rovnosti (3) tak plyne

$$h = \frac{2\sigma \cos\vartheta}{R\rho g}. \quad (44)$$

Smáčí-li kapalina dokonale stěny nádoby, je  $\vartheta = 0$  a  $\cos \vartheta = 1$ . Vzorec (44) se tak dále zjednoduší na tvar

$$h = \frac{2\sigma}{R\rho g}. \quad (45)$$

Vzorec (45) jsme odvodili pro kapilární elevaci. Vztah pro kapilární depresi je zcela identický.

## Důsledky a aplikace

- Vystupování vody z hloubky do povrchových vrstev půdy  $\rightarrow$  vypařování. Stlačováním (válcováním) se kapiláry vytvářejí  $\rightarrow$  vzlínání vody.
- Nasávání kapaliny do knotů. Vztlínání pájky v tenkých spárách.
- Vztlínání vody do stěn domů. Stoupání vody z kořenů rostlin až do vrcholků.
- Zjišťování drobných vad materiálů: Indikační kapalina se nanese na materiál a poté otře, zůstala pouze v trhlinách. Po otření se nanese detekční látka. Ta nasává indikační látku z vad  $\rightarrow$  vytvoří se barevná stopa.

## METODY MĚŘENÍ POVRCHOVÉHO NAPĚTÍ KAPALIN

Povrchové napětí kapaliny lze měřit mnoha různými metodami. Popíšeme jen metody základní, jednoduché.<sup>6)</sup>

### Metoda kapilární elevace

Povrchové napětí kapaliny, která dokonale smáčí stěny trubice, určíme pomocí rovnice (40) odvozené výše:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R}; \quad (51)$$

$h$  je výška sloupce kapaliny o hustotě  $\rho$  v trubici o vnitřním poloměru  $R$ . Změříme-li  $h$ ,  $R$  (spíše: průměr  $d$ ), zjistíme  $\rho$ ; z rovnice (51) vyjádříme povrchové napětí

$$\sigma = \frac{\rho g h R}{2} = \frac{\rho g h d}{4}. \quad (52)$$

### Metoda kapková

Kapalinu necháme zvolna odkapávat z tlustostěnné kapiláry (OBR. 18) a určíme hmotnost většího počtu kapek. Kapka odpadne, když tíha kapky překročí sílu povrchového napětí působícího na vnějším obvodu kapiláry o poloměru  $R$ . Platí tedy:

$$G = F \Rightarrow mg = 2\pi R\sigma \Rightarrow \sigma = \frac{mg}{2\pi R} = \frac{mg}{\pi d}. \quad (53)$$

Vzorec platí přibližně, protože při odkapávání se kapka v části při trubici zúží a v tom místě se odtrhne, takže část kapaliny zůstane na trubici. Tíha kapky je tedy menší a pravá strana rovnice (53) má tvar  $G = kR\sigma$ , kde

<sup>6)</sup> Uvedené metody není třeba „teoreticky“ studovat např. pro písemnou práci; raději je použijeme k praktickému měření při laboratorní práci.

$k$  je korekční činitel, pro nějž platí  $3,8 < k < 4,5$ . Při přesných měření se hodnota  $k$  vyhledá v tabulkách. Od korekce lze při informativních a srovnávacích měřeních upustit. Z uvedených důvodů není absolutní měření touto metodou zcela spolehlivé.

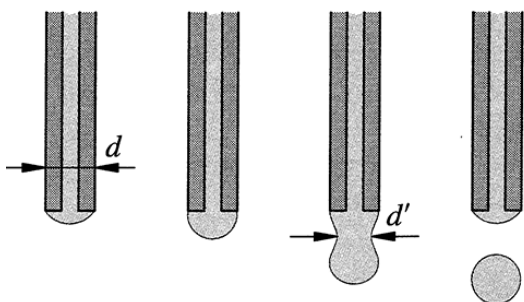
Metoda je velmi vhodná pro srovnávání povrchových napětí dvou kapalin, z nichž jedno je známé. Pro poměr povrchových napětí z rovnice (53) plyne:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{m_1}{m_2}. \quad (54)$$

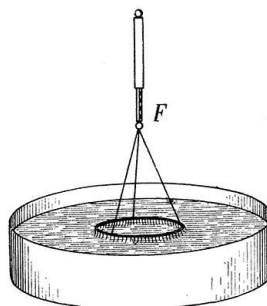
Protože pro většinu kapalin zůstává přibližně táž poměrná část kapky na trubici, lze vážením stejného množství kapek dvou kapalin určit hmotnosti  $M_1$  a  $M_2$ , které jsou ve stejném poměru jako hmotnosti celých kapek před jejich odtržením. Proto abychom dostali přesnější výsledky, odpočítáme určitý počet kapek kapaliny, jejíž povrchové napětí měříme, a týmž kapátkem odpočítáme stejný počet kapek kapaliny o známém povrchovém napětí. Pro poměr povrchových napětí pak platí

$$\sigma_2 = \frac{M_2}{M_1} \sigma_1. \quad (55)$$

**Varianta s užitím digitálního fotoaparátu.** S užitím digitálního fotoaparátu lze přímo změřit průměr  $d$  kapky. Kapky odkapáváme v těsné blízkosti hlavní stupnice posuvného měřidla, před odkápnutím je fotografujeme (nejlépe v režimu Makrofotografie). Ze zvětšené fotografie na monitoru počítače porovnáním s velikostí dílků měřidla určíme průměr nejužšího místa kapky; povrchové napětí spočteme dle vztahu (53).



OBR. 18



OBR. 19

## Metoda odtrhací

Zjišťujeme velikost síly potřebné k vytržení prstence určité délky z povrchové blány kapaliny; síla se měří citlivými pružinovými vahami nebo citlivým siloměrem (OBR. 19). Pro kruhový prstavec (vzhledem k vnějšímu a vnitřnímu obvodu) platí

$$F = 2 \cdot 2\pi R\sigma = 2 \cdot \pi d\sigma, \quad (56)$$

kde  $R$  je poloměr prstence. V praxi bývají přístroje upravené tak, že měří přímo  $\sigma$ . Pak je popsána metoda velmi rychlá, a proto v praxi často používaná.

**Varianta s užitím počítačem podporované laboratoře.** Velikost síly potřebné k vytržení prstence z povrchové vrstvy kapaliny určíme analýzou grafu závislosti velikosti síly na čase změřené čidlem síly.



## TEPLOTNÍ OBJEMOVÁ ROZTAŽNOST KAPALIN

Podobně jako na pevných látkách pozorujeme i na kapalinách teplotní objemovou roztažnost. Objem kapaliny při zahřátí o  $\Delta t$  je dán vztahem

$$V = V_0(1 + \beta\Delta t), \quad (61)$$

kde  $V_0$  je objem při původní teplotě a  $\beta$  je **teplotní součinitel objemové roztažnosti kapaliny**. Hodnoty tohoto koeficientu jsou tabelovány; např. pro vodu je  $\beta = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ . Součinitel  $\beta$  však závisí poměrně značně na teplotě; kapaliny se teplem roztahují nerovnoměrně. Pro přesnější výpočet proto kvalitní fyzikální tabulky nabízejí soustavu koeficientů  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ . Výsledný objem se pak počítá dle vztahu

$$V = V_0 (1 + \beta_1\Delta t + \beta_2(\Delta t)^2 + \beta_3(\Delta t)^3). \quad (62)$$

Využití: **dilatační kapalinové teploměry** (viz kapitola *Úvod do termodynamiky*).

Se změnou teploty kapaliny se mění také její **hustota**. Je-li  $\varrho_0$  hustota kapaliny při počáteční teplotě, pak po zahřátí o  $\Delta t$  dosáhne kapalina nové hustoty  $\varrho$ , pro niž platí

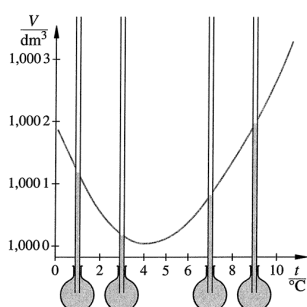
$$\varrho = \frac{m}{V} = \frac{\varrho_0 V_0}{V_0(1 + \beta\Delta t)} = \frac{\varrho_0}{1 + \beta\Delta t}; \quad (63)$$

v odvození jsme využili faktu, že hmotnost látky se zahřátím nemění, platí tedy  $m = \varrho_0 V_0$ . Poslední zlomek v rovnosti (63) rozšíříme výrazem  $(1 - \beta\Delta t)$  a dostaneme:

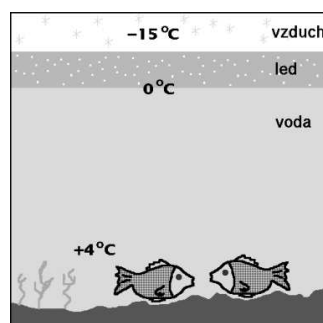
$$\varrho = \frac{\varrho_0}{1 + \beta\Delta t} \cdot \frac{1 - \beta\Delta t}{1 - \beta\Delta t} = \varrho_0 \frac{1 - \beta\Delta t}{1 - \beta^2(\Delta t)^2}; \quad (64)$$

v odvození jsme užili algebraický vzorec  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$  platný pro  $\forall a, b \in \mathbf{R}$ . Člen  $\beta^2(\Delta t)^2$  ve jmenovateli posledního zlomku v (64) je velmi malý, vzhledem k číslu 1 v témž jmenovateli jej můžeme zanedbat. Tak dostaneme výsledný vztah pro **změnu hustoty při změně teploty kapaliny**

$$\varrho = \varrho_0(1 - \beta\Delta t). \quad (65)$$



OBR. 20



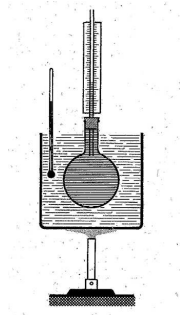
OBR. 21

**Anomálie vody.** Voda je mezi kapalinami výjimečná z hlediska závislosti objemu na teplotě. Zahříváme-li vodu z teploty  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  na teplotu  $3,98 \text{ }^\circ\text{C}$ , zmenšuje se její objem. Teprve od teploty  $3,98 \text{ }^\circ\text{C}$  se voda chová jako ostatní kapaliny – s rostoucí teplotou její objem roste. Graf závislosti

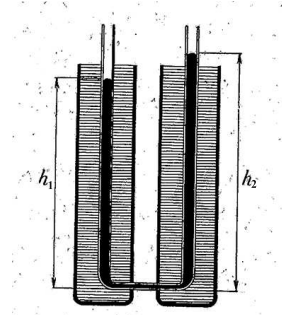
objemu vody na teplotě je v OBR. 20. Hustota vody se tedy od 0 °C do 3,98 °C zvětšuje a teprve poté se zmenšuje. Anomálie vody umožňuje život vodních živočichů a rostlin v zimním období. Zatímco hladiny vodních toků či ploch jsou zamrzlé, voda o teplotě cca 4 °C se nachází na dně rybníků a jezer, protože má největší hustotu (OBR. 21).

## Měření teplotního součinitele objemové roztažnosti

**Dilatometr** (OBR. 22) je skleněná nádoba, která vyúsťuje v dlouhou kapiláru. Nádoba je umístěna ve vodní lázni. Zahřejeme-li dilatometr, vystoupí kapalina v kapiláře do větší výše než ve výchozím stavu. Z rozdílu výšky hladin kapaliny v obou stavech lze spočítat  $\beta$ ; v úvahu je však třeba vzít i teplotní roztažnost dilatometru.



OBR. 22



OBR. 23

Potíže s teplotní roztažností samotného dilatometru odstraňuje **metoda Dulong-Petit**, kterou navrhli fyzikové **PIERRE LOUIS DULONG** (1785–1838) a **ALEXIS THÉRÈSE PETIT** (1791–1820). Kapaliny, jejíž  $\beta$  měříme, vlijeme do spojených nádob tvořených trubicí tvaru U (OBR. 23). Ramena trubice udržujeme na teplotách  $t_1$ , resp.  $t_2$ .

Protože v obou ramenech trubice je stejný hydrostatický tlak, platí rovnost

$$h_1 \rho_1 g = h_2 \rho_2 g; \quad (66)$$

rovnost dělíme nenulovou velikostí  $g$ . Hustoty  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  vyjádříme pomocí vztahu (65) na základě hustot při teplotě 0 °C, tedy  $\rho_1 = \rho_0(1 - \beta t_1)$  a  $\rho_2 = \rho_0(1 - \beta t_2)$ . Po dosazení do rovnosti (66) a následné úpravě dostaneme:

$$h_1(1 - \beta t_1) = h_2(1 - \beta t_2); \quad (67)$$

z rovnosti (roznásobením a úpravou) vyjádříme teplotní součinitel objemové roztažnosti kapaliny

$$\beta = \frac{h_2 - h_1}{h_2 t_2 - h_1 t_1}. \quad (68)$$

## MALÝ SLOVNÍČEK POJMŮ

Uvádění anglických ekvivalentů českých pojmů probíraných v textu je v gymnasiu nutné. Z důvodů „lepší čitelnosti“ textu nejsou anglické pojmy uváděny na příslušných místech výkladu, ale souhrnně zde v závěru.

Pojmy jsou řazeny zhruba v tom pořadí, v jakém se v textu postupně objevují. Všechny anglické termíny jsou převzaty z publikace [VSF].

kapalina	liquid
povrchová vrstva	surface film
povrchové napětí	surface tension
povrchová energie	surface energy
kohezní tlak	cohesion pressure
kapilární tlak	capillary pressure
smáčivost	wettability
kapilární jevy	capillary phenomena
kapilární elevace	capillary elevation
kapilární deprese	capillary depression
teplotní roztažnost	thermal expansion
teplotní součinitel délkové roztažnosti	linear expansion coefficient
teplotní součinitel objemové roztažnosti	cubic expansion coefficient

## LITERATURA

- [MFT] Bartuška, K. – Svoboda, E.: Fyzika pro gymnázia: Molekulová fyzika a termika. 4. vyd. Praha: Prometheus, 2001.
- [Svo92] Svoboda, E. – Bakule, R.: Molekulová fyzika. 1. vyd. Praha: Academia, 1992.
- [Hla71] Hlavička, A. – Bělař, A. – Krčmešský, J. – Špelda, A.: Fyzika pro pedagogické fakulty. 1. vyd. Praha: SPN, 1971.
- [Hor61] Horák, Z. – Krupka, F. – Šindelář, V.: Technická fyzika. 3. vyd. Praha: SNTL, 1961.
- [Bro83] Brož, J. a kol.: Základy fyzikálních měření I. 1. vyd. Praha: SPN, 1983.
- [Mád91] Mádr, V. – Knejzlík, J. – Kopečný, J. – Novotný, I.: Fyzikální měření. 1. vyd. Praha: SNTL, 1991.
- [VSF] Výkladový slovník fyziky pro základní vysokoškolský kurz. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2001.

### Zdroje obrázků

- [Svo92] 2, 11–14, 17
- [Hla71] 3, 4, 8, s. 8 nahoře, 9, 10, 19, 22, 23
- [MFT] 6, 7, 15, 16, 18, 20

Další zdroje: OBR. 1 převzat z [wikipedia.org](http://wikipedia.org), OBR. 5 z publikace *Pokusy z fyziky na střední škole 2* (Emanuel Svoboda a kol., Prometheus), OBR. 21 z [vesmir.cz](http://vesmir.cz) (Jiří Kolafa: *Struktura a anomálie vody*).

Ilustraci na obálce pořídil autor při laboratorních pracích z fyziky ve školním roce 2016–2017.