

GYMNÁZIUM F. X. ŠALDY
PŘEDMĚTOVÁ KOMISE FYSIKY

SBÍRKA ÚLOH Z FYSIKY

**pro přípravu k maturitní zkoušce,
k přijímacím zkouškám do vysokých škol
a k práci ve fyzikálním semináři**

Honsoft • Liberec 2007 • Verze 2.0

Úvodní poznámka editora

V této *Sbírce úloh* jsou shromážděny úlohy, které typově odpovídají úlohám, jež se objeví v ústní části maturitní zkoušky z fyziky ve třídách, kde vyučuje Jan Voženílek. Úlohy byly často čerpány ze zadání přijímacích zkoušek do vysokých škol, popř. ze sbírek pro vysokoškolské kursy; předloženou sbírku lze proto také užít k přípravě na přijímací zkoušky.

O jednotlivých částech a průběhu ústní maturitní zkoušky podrobně informuje dokument *Obecný popis uspořádání maturitní zkoušky z fyziky*; zde pouze připomeňme, že maturitní otázky budou konstruovány „napříč“ tradičními učebními celky, zatímco tato sbírka ve svém uspořádání (z praktických důvodů) tyto tradiční celky respektuje. Pouze úlohy, k jejichž řešení se (obvykle) užívá diferenciálního neb integrálního počtu, jsou uvedeny až naposledy. Zcela v závěru jsou navíc připojeny (typové) otázky ke druhé části *Orientace* nazvané *Závislosti*.

Sbírka není „originálním fyzikálně-didaktickým dílem“, neboť je tvořena přejetými (někdy mírně upravenými) úlohami. Nejčastěji byly užity *Sbírký řešených příkladů z matematiky, fyziky a informatiky* vydané v různých letech MFF UK a slavná Hajkova *Fyzika v příkladoch*. Na některé zajímavé úlohy editora sbírky upozornila jeho někdejší vyučující J. Kuglerová. Další příklady jsou čerpány z běžných středoškolských sbírek a z literatury k fyzikální olympiádě; seznam pramenů je na webu vyučujícího.

Sbírka byla vysázena typografickým systémem $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$ - $\mathcal{T}\mathcal{E}\mathcal{X}$.

-jvk-

V Liberci, v den sv. Silvestra 2005.

Poznámka ke druhému vydání

Ve druhém vydání byly opraveny chyby nalezené ve vydání předchozím. Dále byla upravena část týkající se užití diferenciálního a integrálního počtu ve fyzice; některé příklady byly nahrazeny jinými a bylo upraveno pořadí příkladů. Aby nedošlo ke kolizi s označením příkladů z předchozího vydání, jsou nyní tyto příklady číslovány počínaje číslem 301.

Mechanika

1♣. Vlak má délku 150 m a rychlost $54 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Z jeho okna hledí (kolmo) člověk a vidí protijedoucí vlak o délce 100 m po dobu 4 s. Určete: a) rychlost protijedoucího vlaku, b) dobu viditelnosti první soupravy ze druhé, c) dobu míjení obou vlaků.

2♣. Vlak tažený elektrickou lokomotivou má délku 150 m. Jede rychlostí $90 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. a) Za jak dlouho mine vlak zaměstnance ČD u domku? b) Za jak dlouho přejede 300 m dlouhý most? c) Za jak dlouho mine druhý vlak o rychlosti $54 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ a délce 100 m?

3♣. Jules Verne napsal román „Ze Země na Měsíc“, v němž je vyslána k Měsíci dělová střela s lidskou posádkou. Hlaveň užitého děla měla délku 220 m. a) Jak dlouho se střela pohybovala uvnitř hlavně, když vylétla 2. kosmickou rychlostí? b) Jaké bylo její zrychlení? Diskutujte o výsledku. c) Jak by musela být dělová hlaveň dlouhá, aby kosmonauté byli vystaveni zrychlení nejvýše $10g$?

4. Rychlík se pohybuje rychlostí o velikostí $108 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Strojvedoucí rychlíku spatří ve vzdálenosti 180 m před sebou nákladní vlak, který jede po téže kolejnici stejným směrem rychlostí o velikostí $32,4 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Strojvůdce zabrzdí a rychlík se začne pohybovat rovnoměrně zpomaleně se zrychlením o velikosti $1,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Rozhodněte, zda vzdálenost 180 m stačí k tomu, aby nenastala srážka.

5♣. Kolona vozidel humanitárního konvoje o délce a se pohybuje rychlostí v_1 . Od čela kolony k poslednímu vozidlu projela spojka průměrnou rychlostí v_2 a zpět rychlostí v_3 . Jakou dobu k tomu potřebovala a jakou dráhu projela? Řešte nejprve obecně, pak pro speciální případ $v_3 = v_2 = 2v_1$.

6♣. Těleso padá volným pádem. Po čase t_1 je za ním z téže výšky vrženo svisle dolů druhé těleso rychlostí v_0 . Druhé těleso mine první těleso za dobu t_2 od okamžiku, kdy bylo vrženo druhé těleso. Odpor vzduchu zanedbáme. a) Jakou rychlostí bylo vrženo druhé těleso? b) V jak velké vzdálenosti od výchozího bodu se tělesa minula? c) Za jakou dobu od počátku vrhu druhého tělesa budou tělesa od sebe vzdálena o délku s_0 ?

7. Motorový člun přeplovává přes řeku o šířce 300 m; při tom je unášen vodním proudem. Rychlost člunu vzhledem k vodě je $1,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, rychlost člunu vzhledem ke břehům $1,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. a) O jakou vzdálenost unese voda člun ve směru proudu řeky? b) Jakou dráhu člun při přeplování řeky urazí a jakou rychlostí se po této

dráze pohybuje? c) Jaký úhel svírá vektor výsledné rychlosti člunu se směrem kolmým k břehům řeky?

8. Poštovní letadlo letící ve výšce 320 m nad volnou hladinou moře shazuje do moře zásilku do těsné blízkosti lodi. Velikost rychlosti letadla vzhledem k povrchu Země je 180 km/h, velikost rychlosti lodi v téže vztažné soustavě je 36 km/h. V jaké vzdálenosti od lodi musí být zásilka volně puštěna, aby dopadla do bezprostřední blízkosti lodi, jestliže se letadlo pohybuje a) stejným směrem jako loď, b) opačným směrem než loď.

9♣. Z nejvyššího bodu koule o poloměru $r = 20$ cm klouže po jejím povrchu bez tření malé těleso (hmotný bod). Jak velkou rychlost bude mít těleso v místě, kde se odtrhne od povrchu koule, má-li při vypuštění z nejvyššího bodu koule nulovou rychlost?

10. Po nakloněné rovině délky $l = 1,5$ m a výšky $h = 0,5$ m se smýká dřevěný hranolek. Jak velký je součinitel smykového tření f , projede-li hranolek dráhu l dobu $t = 2$ s?

11. Lyžař sjel po svahu délky 20 m se sklonem 18° na vodorovnou louku a zastavil ve vzdálenosti 30 m od úpatí svahu. Součinitel f smykového tření mezi lyžemi a svahem byl po celou dobu jízdy konstantní. a) Určete f . b) Jak velkou rychlostí se lyžař pohyboval na konci svahu? (Odpor vzduchu zanedbejte.)

12. Horní konec žebříku se opírá o hladkou svislou stěnu, dolní o vodorovnou drsnou podlahu. Při jakém minimálním úhlu α mezi žebříkem a podlahou žebřík ještě nesklouzne? Součinitel tření mezi žebříkem a podlahou je 0,5; těžiště žebříku je v jeho středu.

13. Kulička na niti, která kývá v laboratoři s periodou T , je pověšena na kolotoči ve vzdálenosti r od osy otáčení. Při rovnoměrném otáčení kolotoče je vychýlena o úhel β z rovnovážné polohy. a) Určete délku závěsu kuličky. b) S jakou úhlovou rychlostí se otáčí kolotoč? c) Jaká je oběžná doba kolotoče? Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $T = 2$ s, $r = 2$ m, $\beta = 10^\circ$.

14♣. Na hladkém povrchu stolní desky stojí široká nádoba s vodou. Výška volného povrchu vody v nádobě je h , tíha nádoby i s vodou je G . V boční stěně u dna nádoby je otvor o obsahu průřezu S , který je uzavřený zátkou. Při které hodnotě součinitele smykového tření mezi dnem nádoby a stolní deskou se uvede nádoba do pohybu, jestliže zátku z otvoru vyjmeme?

15. Střela o hmotnosti m zasáhne balistické kyvadlo délky l a hmotnosti M a uvízne v něm. Kyvadlo se vychýlí ze své rovnovážné polohy o úhel β . (Balistické kyvadlo je dřevěná bedna naplněná pískem zavěšená tak, aby mohla kývat jen ve svislé rovině.) Určete a) velikost rychlosti střely před zásahem kyvadla; b) změnu vnitřní energie soustavy střela – kyvadlo. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m = 4$ g, $M = 1$ kg, $l = 8$ m, $\beta = 8^\circ$.

16. Z homogenní koule o poloměru R je vyříznuta koule o poloměru $R/2$ se středem ve vzdálenosti $R/2$ od středu původní koule. Určete polohu těžiště takto vzniklého útvaru.

17. Halleyova kometa se dostává v periheliu do minimální vzdálenosti 0,6 AU od Slunce. Perioda Halleyovy komety je 76 roků. Určete, do jaké největší vzdálenosti od Slunce se dostane.

18. Vypočítejte, v jaké výšce obíhá geostacionární družice.

19. Měsíc obíhá kolem Země ve střední vzdálenosti $r = 60 R_Z$. Hmotnost Měsíce $M_m = \frac{1}{81} M_Z$. Na spojnici středů Země a Měsíce najdete bod, v němž je intenzita gravitačního pole soustavy nulová. Co by v tomto místě „musel udělat“ člověk vystupující ze Země na Měsíc po žebříku?

20. Pod jakým elevačním úhlem α se musí vrhnout těleso, aby se výška jeho výstupu rovnala délce doletu? Odpor prostředí zanedbejte.

21* Korková krychle o hraně 0,1 m byla ponořena do vody hloubky 0,2 m pomocí vhodné tenkostěnné trubice o průměru 0,05 m. Určete hmotnost závaží, které je třeba vložit do trubice, aby se korková krychle od ní odtrhla. Hustota korku je $200 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

22. Dutá mosazná koule se ponoří do vody polovinou svého objemu. Jaká je tloušťka stěny koule a její vnější průměr, je-li hmotnost koule $m = 0,3$ kg. (Hustota mosazi je $8400 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.)

23. Na hladině vody plave dutá koule o hmotnosti m a objemu V . Koule je z poloviny ponořena ve vodě. Na vlákne je k ní upoutaná druhá koule téhož objemu a hmotnosti $3m$. Určete velikost síly, kterou je napínáno vlákno. Řešte nejprve obecně, pak pro $V = 10 \text{ cm}^3$.

24. Určete, do jaké hloubky h_1 se ponoří plný homogenní kužel výšky h , hustoty ρ_1 plovoucí v kapalině hustoty ρ_2 .

25. Ocelová koule plove na rtuti. O kolik procent svého objemu se vynoří ze rtuti, nalejeme-li na ni tolik vody, aby byla celá ponořená? Hustota oceli $\rho = 7860 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, hustota rtuti $\rho_1 = 13\,550 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, vody $\rho_2 = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

26. Stejnorodá koule o objemu V a hustotě ρ je v rovnovážné poloze na rozhraní dvou kapalin v klidu. Horní kapalina má hustotu ρ_1 , dolní kapalina má hustotu ρ_2 ; $\rho_1 < \rho < \rho_2$. a) Jaká část objemu koule je v horní kapalině a jaká v dolní kapalině? b) Proveďte diskusi výsledku. c) Popište situace pro $\rho = \rho_1$ a pro $\rho = \rho_2$.

27. Vodorovnou trubicí proměnného průřezu protéká voda. Určete množství vody, které proteče průřezem trubice za 1 s, jestliže v místě o průřezu S_1 resp. S_2 umístíme manometrické trubice, které vykazují rozdíl vodních hladin 20 cm; přitom $S_1 = 10 \text{ cm}^2$ a $S_2 = 20 \text{ cm}^2$.

28. Z ústí hadice o průřezu $0,5 \text{ cm}^2$, které je umístěno těsně nad vodorovným povrchem Země, stříká voda pod úhlem 45° do vzdálenosti 15 m. Určete hmotnost vody, která je v určitém okamžiku nad povrchem Země.

29*. Z otvoru ve stěně nádoby ve výšce 20 cm nad dnem tryská voda; hladina je ve stálé výšce 100 cm nad dnem. Určete a) rychlost vody proudící otvorem, b) vzdálenost, do které voda na podlaze dostříkne.

Molekulová fyzika a termika

30. Pět ocelových desek o celkové hmotnosti 7 kg bylo zahřáto na teplotu 910°C a ponořeno do oleje o teplotě 10°C . Hustota oleje je $940 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, měrná tepelná kapacita oleje $1\,760 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, teplota vzplanutí oleje 230°C a měrná tepelná kapacita oceli $452 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Kolik litrů oleje musíme použít do kalicí lázně, aby její konečná teplota byla 40°C pod teplotou vzplanutí oleje?

31. V hliníkové nádobě kalorimetru o hmotnosti 40 g je voda o hmotnosti 150 g; teplota soustavy je 20°C . Ocelová kulička o hmotnosti 20 g byla rychle přenesena z prostoru pece do nádoby kalorimetru. Určete teplotu prostoru pece, je-li přírůstek teploty vody v kalorimetru 10°C . Měrná tepelná kapacita oceli je $452 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, hliníku je $896 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

32. V termosce o tepelné kapacitě C_k je led o hmotnosti m a teplotě $t_1 < 0^\circ\text{C}$. Do ledu zasuneme topnou spirálu o odporu R , jejíž tepelnou kapacitu můžeme zanedbat. Spirálu připojíme ke zdroji elektrického napětí. Jaké musí být napětí U tohoto zdroje, aby za dobu τ led roztál a teplota uvnitř termosky stoupla na

hodnotu $t_2 > 0$ °C? Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $C_k = 50 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$, $m = 1 \text{ kg}$, $t_1 = -6$ °C, $t_2 = 21$ °C, $R = 9 \Omega$, $\tau = 72 \text{ min}$. Měrná tepelná kapacita ledu je $2,1 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, vody $4,2 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, měrné skupenské teplo tání ledu je $330 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}$.

33♣. Do termosky (o tepelné kapacitě K) s vodou o hmotnosti m_1 a o teplotě t_1 byla přivedena sytá vodní pára o hmotnosti m_2 a o teplotě t_2 . Všechna přivedená pára zkapalněla a voda s termoskou se ohřála o Δt . Určete měrné skupenské teplo kondenzační l_v vodní páry teploty t_2 . Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m_1 = 500 \text{ g}$, $t_1 = 20$ °C, $m_2 = 12 \text{ g}$, $\Delta t = 14$ °C, $t_2 = 100$ °C, $K = 0,12 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}$. Tepelné ztráty do okolí termosky zanedbejte. Měrná tepelná kapacita vody $c = 4,18 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

34♣. Hliníkový kotouč poloměru $r = 20 \text{ cm}$ se otáčí kolem volné osy rychlostí $\omega = 100 \text{ s}^{-1}$. Kotouč zabrzdíme přitlačením stejného hliníkového kotouče. O kolik se může nejvíce zvýšit jejich teplota? Měrná tepelná kapacita hliníku $c = 900 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

35. Setrvačnick má tvar kříže, na jehož ramenech délky 10 cm jsou upevněna čtyři závaží, každé o hmotnosti $0,5 \text{ kg}$. (Hmotnost ramen je zanedbatelná.) Setrvačnick se otáčí s frekvencí 43 Hz . Náhle se zastaví. Jak se změní při tomto ději vnitřní energie setrvačnicku a ložiska?

36. Kompresní poměr naftového motoru je 15 . Při adiabatické kompresi je stlačován vzduch z tlaku 10^5 Pa při teplotě 50 °C. Jaký bude tlak vzduchu a jeho teplota na konci komprese?

37. Ve vodorovně umístěné nádobě, která má tvar válce o délce 85 cm , je pohyblivý píst, který rozděljuje nádobu na dvě části. V levé části je kyslík O_2 , v pravé vodík H_2 o téže hmotnosti a teplotě. Určete polohu pístu v rovnovážném stavu. Tření neuvažujte.

38♣. Vzduch, který se nachází v nádobě o objemu 3 l , je odčerpáván pístovou vývěvou, jejíž pracovní komora má objem 2 l . Vypočtěte, jaký bude v nádobě tlak po čtvrtém zdvihu pístu, bude-li čerpání probíhat tak, že teplota v nádobě i v pracovní komoře zůstane konstantní.

39. Dvě stejné válcovité nádoby A , B o obsahu dna S a výšky h jsou postaveny vedle sebe na vodorovné desce a jsou spojeny těsně u dna krátkou trubičkou. Nádoba A je uzavřená. Otevřenou nádobu B zcela naplníme vodou. Jaký je maximální objem vody V , kterou je možno do takto postavených nádob nalít,

považujeme-li teplotu vzduchu uvnitř nádoby za stálou? Tlak vodní páry, teplotní roztažnost vody i nádob a vnitřní objem spojovací trubičky zanedbejte. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $h = 90$ cm, $S = 2$ dm², $t = 20$ °C.

40. Železo vytváří při teplotě 910 °C prostorově centrovanou kubickou mřížku s $d = 0,287$ nm. Tato krystalická modifikace železa se nazývá železo α . Při teplotě větší než 910 °C vytváří železo plošně centrovanou kubickou mřížku o $d = 0,363$ nm (železo γ). Má železo α stejnou hustotu jako železo γ ? Relativní atomová hmotnost železa je 55,847.

41♣. Víko o průměru 32 cm je třeba připevnit k otvoru tlakové nádoby 24 šrouby. Tlak plynu v nádobě je 6 MPa, modul pružnosti oceli je 220 GPa. Jaký obsah průřezu šroubů musíme zvolit, je-li dovolené napětí šroubů v tahu 50 MPa?

42♣. Při stavbách hloubených stanic trasy C Pražského metra (úseky I. C, II. C, III. C) bylo při konstrukci stropů stanic užito dílců z předpjatého železobetonu. Předpokládejme, že při výrobě byly ocelové pruty o délce 6 m napínány silou $6 \cdot 10^4$ N. Vypočítejte prodloužení ocelových tyčí, je-li jejich průměr 10 mm. Modul pružnosti užití oceli je 220 GPa.

43. Dva kovové pásy – pás měděný ($\alpha_1 = 17 \cdot 10^{-6}$ K⁻¹) a pás železný ($\alpha_2 = 12 \cdot 10^{-6}$ K⁻¹) – stejné tloušťky 2 mm mají při teplotě 0 °C stejnou délku a jsou svařené tak, že tvoří rovnou destičku. Jestliže ji zahřejeme, zdeformuje se a bude mít tvar kruhového oblouku. Vypočítejte jeho poloměr při teplotě 400 °C.

44. Zinkový a železný proužek mají při teplotě 20 °C stejnou délku 20 cm. Při jaké teplotě se délky obou proužků liší o 1 mm? Teplotní součinitel délkové roztažnosti zinku je $2,9 \cdot 10^{-5}$ K⁻¹, železa $1,2 \cdot 10^{-5}$ K⁻¹.

Mechanické kmitání a vlnění

45. Dřevěný hranol s podstavou o obsahu S a výšce h plave na hladině vody tak, že je ponořený ze $\frac{4}{5}$ své výšky. Hranol rovnoměrně zatlačíme do vody a pustíme. Určete: a) hustotu použitého dřeva; b) periodu T kmitání hranolu za předpokladu, že se jedná o netlumený lineární harmonický oscilátor; c) celkovou energii E hranolu vyplývající z jeho kmitavého netlumeného pohybu. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $S = 450$ cm², $h = 15$ cm; hustota vody je 1000 kg·m⁻³. Výšku hladiny v nádobě považujte za stálou (efekty spojené s pohybem vody zanedbejte), působení povrchové síly neuvažujte.

46♣. Určete dobu kmitu homogenního kotouče (konstantní tloušťky) o poloměru R , z něhož je vyříznut kotouč o poloměru $R/2$ se středem ve vzdálenosti $R/2$ od středu původního kotouče. Kotouč kmitá kolem vodorovné osy procházející průsečíkem hraničních kružnic obou kotoučů kolmo na rovinu kotoučů.

47♣. Mezi dvěma stejnými zdroji zvuku, které vydávají tóny o frekvenci 435 Hz, se pohybuje pozorovatel po jejich spojnici rychlostí o velikosti $0,34 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Rychlost zvuku ve vzduchu má velikost $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jakou frekvenci mají rázy, které slyší pozorovatel?

48. Dvě ladičky o stejných frekvencích 435 Hz jsou umístěny v protilehlých rozích místnosti. Jak velkou rychlostí by se měl pohybovat pozorovatel po jejich spojnici, aby slyšel rázy o frekvenci 2 Hz?

49. a) O kolik se zvýší hladina intenzity zvuku, jestliže se jeho intenzita zvýší pětkrát? b) Zvukoměr má rozsah A decibelů. Jakému poměru akustických intenzit tento rozsah odpovídá? Určete nejprve obecně, pak pro $A = \langle 75 \text{ dB}, 90 \text{ dB} \rangle$.

Elektrina a magnetismus

50. Dvě stejně nabitě kuličky s hmotnostmi 0,5 g jsou zavěšeny v jednom bodě ve vakuu na vláknech o délce 1 m. Obě kuličky se odpudivými silami oddálily na vzdálenost 4 cm. Určete velikost jejich nábojů.

51. Dvě kuličky stejného poloměru a stejné tíhy G jsou zavěšeny v bodě S na nitích tak, že se vzájemně dotýkají. Dodá-li se této soustavě náboj $4 \cdot 10^{-7} \text{ C}$, vzdálí se kuličky od sebe tak, že nitě svírají úhel $2\alpha = 60^\circ$. Jsou-li kuličky ponořeny v petroleji ($\varepsilon_r = 2$), úhel nití se zmenší na $2\beta = 54^\circ$. Určete hustotu materiálu kuliček. Hustota petroleje je $800 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a vzdálenost bodu závěsu od těžiště kuličky je 0,2 m.

52. Ve všech vrcholech čtverce o straně a je umístěn kladný bodový náboj Q . a) Popište stav soustavy. b) Kam je třeba umístit další náboj, aby celá soustava byla v rovnováze? c) Určete velikost takového náboje.

53. Ve všech vrcholech rovnostranného trojúhelníku, který má stranu délky a , je umístěn kladný bodový náboj Q . a) Popište stav soustavy. b) Kam je třeba umístit další náboj, aby celá soustava byla v rovnováze? c) Určete velikost takového náboje.

54. Ve dvou vrcholech rovnostranného trojúhelníku, jehož strany mají délku 0,5 m, jsou umístěny bodové náboje, které mají velikost $1 \mu\text{C}$. Určete intenzitu

elektrického pole ve třetím vrcholu, jestliže a) oba náboje jsou kladné, b) oba náboje jsou záporné, c) jeden náboj je kladný, druhý záporný.

55*. Ve všech vrcholech čtverce o straně a je umístěn kladný bodový náboj Q . Určete intenzitu elektrického pole a potenciál ve středu čtverce.

56. Vypočítejte kapacitu deskového kondenzátoru s plochou polepu 200 cm^2 . Mezi polepy je sklo tloušťky $d_1 = 1 \text{ mm}$, z obou stran je pokryté parafínem tloušťky $d_2 = 0,2 \text{ mm}$. Sklo má relativní permitivitu 7 a parafín 2.

57. Desky rovinného deskového kondenzátoru s plošným obsahem $S = 500 \text{ cm}^2$ jsou od sebe vzdálené $d = 1 \text{ cm}$. Jsou nabitě napětím $U_1 = 5000 \text{ V}$. Jakou práci musíme vykonat, abychom desky oddálili na vzdálenost $d_2 = 4 \text{ cm}$?

58. Určete velikost elektrických odporů dvou topných spirál elektrického vařiče na napětí 220 V , má-li příkon při zapojení sériově 220 W a při zapojení paralelním 880 W .

59*. Elektrický obvod se skládá ze tří vodičů stejné délky. Vodiče jsou ze stejného materiálu a jsou zapojené za sebou. Průřezy vodičů jsou: $S_1 = 1 \text{ cm}^2$, $S_2 = 2 \text{ cm}^2$, $S_3 = 3 \text{ cm}^2$. Rozdíl potenciálů na koncích obvodu $U = 12 \text{ V}$. Určete úbytek napětí na každém vodiči.

60. Dvě tyčinky stejného průřezu, jedna z uhlíku (ρ_C, α_C) a druhá z oceli (ρ_{Fe}, α_{Fe}), jsou spojeny za sebou. Při jakém poměru jejich délek bude elektrický odpor této kombinace nezávislý na teplotě?

61. Dva vodiče, jeden z uhlíku ($\rho_1 = 40 \Omega \cdot \text{mm}^2$, $\alpha_1 = -8 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$), druhý ze železa ($\rho_2 = 0,12 \Omega \cdot \text{mm}^2$, $\alpha_2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$) jsou spojeny za sebou. Celkový odpor kombinace nezávisí na teplotě. Určete a) jaký je poměr délek těchto vodičů, jestliže jejich průřezy jsou sobě rovné, b) jaký je poměr průřezů těchto vodičů, jestliže jejich délky jsou sobě rovné.

62. Vypočítejte odpor drátěné krychle, jejíž každá hrana má odpor R_0 , jestliže je zdroj stejnosměrného napětí připojen a) ke středům dvou protějších hran, b) ke dvěma protějšími vrcholům.

63. Jak velký odpor klade stejnosměrnému proudu drátěný čtverec $ABCD$ s úhlopříčkou BD , jestliže proud prochází a) od vrcholu B k D , b) od vrcholu A k C . Jak velké proudy tekou v tomto případě ve větvích ABC , ADC , BD , jestliže celkový proud vtékající v bodě A má hodnotu I ? Je dána strana čtverce a , průřez drátu S , měrný odpor ρ .

64. Určete proudy v jednotlivých větvích obvodu (viz schéma v příloze):

$$U_{e_1} = 12 \text{ V}, U_{e_2} = 4 \text{ V}, U_{e_3} = 6 \text{ V}, R_1 = 20 \Omega, R_2 = 12 \Omega, R_3 = 10 \Omega.$$

65. Určete proudy v jednotlivých větvích obvodu (viz schéma v příloze):

$$U_{e_1} = 5 \text{ V}, U_{e_2} = 1 \text{ V}, U_{e_3} = 3 \text{ V}, R_1 = 1 \Omega, R_2 = 1 \Omega, R_3 = 2 \Omega, R_4 = 4 \Omega.$$

66*. Měřicí systém ampérmetru má odpor $2,7 \Omega$ a ručka přístroje ukazuje plnou výchylku při proudu 6 mA . Určete odpor bočníku, který musíme připojit k ampérmetru, abychom mohli měřit proudy do 60 mA .

67. Z drátu o délce l , průřezu S a odporu R odstříhneme část o délce x a přiložíme ji těsně podél zbytku drátu. Jak dlouhý musí být odstřižený drát, jestliže po této úpravě má klesnout celkový odpor na polovinu původní hodnoty.

68. Ponorný elektrický vařič má dvě topné spirály, které jsou napájeny ze zdroje napětí. Při zapojení jedné z nich začne vřít voda o počáteční teplotě t_0 za dobu τ_1 , při zapojení druhé za dobu τ_2 . Vypočtěte: a) poměr elektrických odporů R_1 , R_2 topných spirál; b) dobu τ_3 , za kterou se voda stejné hmotnosti a o stejné počáteční teplotě uvede do varu při zapojení obou spirál za sebou; c) dobu τ_4 , za kterou se voda stejné hmotnosti a o stejné počáteční teplotě uvede do varu při zapojení obou spirál vedle sebe; d) změnu poměru dob τ_1 , τ_2 , když místo vody budeme uvažovat olej o stejné hmotnosti a stejné počáteční teplotě; e) změnu doby τ_1 pro případ uvedený v předcházejícím bodě. Řešte nejprve obecně, pak pro $t_0 = 50 \text{ }^\circ\text{C}$, $\tau_1 = 15 \text{ min}$, $\tau_2 = 30 \text{ min}$. Měrná tepelná kapacita vody $c_v = 4,2 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, měrná tepelná kapacita oleje $c_{ol} = 1,8 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, teplota varu vody $t_v = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, teplota varu oleje $t_{ol} = 150 \text{ }^\circ\text{C}$. Předpokládejte, že teplo přechází ze spirál do kapaliny beze ztrát. Ztráty tepla způsobené ohřevem nádoby a okolního vzduchu zanedbejte. Změnu elektrického odporu spirál s teplotou neuvažujte.

69. Poniklování kovového předmětu, který má povrch 120 cm^2 , trvalo 5 hodin při elektrickém proudu $0,3 \text{ A}$. Nikl je dvojmocný. Vypočítejte tloušťku niklové vrstvy. (Relativní atomová hmotnost niklu 58,69.)

70. Předmět s povrchem $S = 20 \text{ dm}^2$ je nutno postříbit vrstvou tloušťky $2/10 \text{ mm}$. Kolik stříbra se musí vyloučit? Jak dlouho bude trvat pokovování, jestliže 1 dm^2 plochy je možno zatížit proudem $0,4 \text{ A}$? ($\rho = 10\,500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $A = 1,118 \text{ mg}\cdot\text{A}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$.)

71. V rovině xy leží dva rovnoběžné, tenké, přímé a nekonečně dlouhé vodiče. Osa y je osou prvního vodiče s proudem I_1 , osa druhého vodiče s proudem I_2

prochází bodem o souřadnicích $[d, 0]$. Proudění mají a) souhlasné směry, b) nesouhlasné směry. Určete, ve kterých bodech roviny xy má magnetická indukce výsledného magnetického pole vodičů nulovou hodnotu. Řešte nejdříve obecně, pak pro $I_1 = 3 \text{ A}$, $I_2 = 1 \text{ A}$, $d = 6 \text{ cm}$.

72. Ohebný vodič o odporu R má tvar hranice čtverce o straně a . Vodič je položen na vodorovné desce v homogenním magnetickém poli, jehož magnetická indukce má směr svislý. Jaký náboj proteče libovolným průřezem vodiče, změním-li jeho tvar na rovnostranný trojúhelník o stejném obvodu? Řešte nejdříve obecně, pak pro hodnoty $R = 10 \Omega$, $B = 1 \text{ T}$, $a = 1 \text{ dm}$.

73♣. Příčný vodič CD délky $d = 2 \text{ m}$ a odporu $R = 4 \Omega$ se může pohybovat bez tření podél rovnoběžných vodičů, k jejichž počátkům je připojen stejnosměrný zdroj o elektromotorickém napětí $U_e = 3 \text{ V}$ (viz obrázek v příloze). Vodiče jsou umístěny v homogenním magnetickém poli tak, že vektor \vec{B} magnetické indukce o velikosti $0,25 \text{ T}$ je kolmý k rovině vodičů a míří za nákresnu. Odpor rovnoběžných vodičů a přechodové odpory mezi vodičem CD a rovnoběžnými vodiči neuvažujte. Určete (nejprve vždy obecně, pak pro zadané hodnoty): a) směr a hodnotu proudu I_1 v obvodu, jestliže je vodič CD v klidu; b) směr a hodnotu proudu I_2 v obvodu, jestliže se vodič CD pohybuje rovnoměrně doprava rychlostí o velikosti $v = 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; c) směr a hodnotu proudu I_3 v obvodu, jestliže se vodič CD pohybuje rovnoměrně doleva rychlostí téže velikosti jako v případě b); d) kterým směrem a jak velkou rychlostí v_1 se musí vodič CD pohybovat, aby jím neprocházel žádný proud; e) kterým směrem se musí vodič CD pohybovat, aby jím procházel stejný proud, jako když je v klidu.

74. Kondenzátor kapacity $C = 16 \mu\text{F}$ a ohmický odpor $R = 200 \Omega$ zapojené do série jsou připojeny na střídavé napětí $U = 220 \text{ V}$ s frekvencí $f = 50 \text{ Hz}$. Určete impedanci obvodu, intenzitu proudu, fázový posun mezi napětím a proudem, napětí na kondenzátoru a napětí na ohmickém odporu.

75. Tlumivka a kondenzátor s kapacitou $C = 10 \mu\text{F}$ jsou zapojené do série. Jsou připojeny na napětí 120 V s frekvencí $f = 50 \text{ Hz}$. Ohmický odpor tlumivky $R = 120 \Omega$. Tlumivkou a kondenzátorem prochází proud $I = 1 \text{ A}$. Vypočítejte indukčnost tlumivky.

76. Oscilační obvod, ve kterém je zapojena cívka o indukčnosti L a kondenzátor o kapacitě C_1 , vyzařuje elektromagnetickou vlnu o vlnové délce 30 m . Jestliže paralelně ke kondenzátoru oscilačního obvodu zapojíme druhý konden-

zátor o kapacitě 3000 pF, bude oscilační obvod vysílat elektromagnetickou vlnu o vlnové délce 60 m. Určete kapacitu C_1 .

77. Elektron vletí do homogenního magnetického pole s indukcí $B = 0,01$ T rychlostí $v = 10^4$ m·s⁻¹, která svírá se směrem indukce úhel $\vartheta = 30^\circ$. Určete poloměr závitu šroubovice, po které se elektron bude pohybovat; výšku jednoho závitu; čas, za který urazí dráhu $s = 1$ m ve směru osy šroubovice.

78. Jaký je poloměr dráhy elektronu s kinetickou energií $E_k = 5 \cdot 10^3$ eV, který se pohybuje v homogenním magnetickém poli s indukcí $B = 50 \cdot 10^{-4}$ T. Elektron se pohybuje kolmo k indukčním čarám.

79♣. Svazek elektronů urychlený napětím $U_0 = 30$ V vletěl rovnoběžně mezi desky kondenzátoru. Desky mají délku $l = 6$ cm, jsou vzdálené $d = 4$ cm a je mezi nimi napětí $U = 1000$ V. Určete, jak se elektrony odchýlily od původního směru a jakou rychlostí opouští kondenzátor.

80♣. Jak velká je rychlost elektronů, jestliže současně působící elektrické pole o intenzitě $E = 3,4 \cdot 10^5$ Vm⁻¹ a magnetické pole o indukcii $B = 2 \cdot 10^{-3}$ T, obě navzájem kolmá a kolmá k rychlosti svazku elektronů, nezpůsobují odchylku od přímočarého pohybu? Jaký bude poloměr trajektorie elektronů, jestliže se elektrické pole zruší?

81. Napětí mezi duanty cyklotronu je $U = U_0 \sin \omega t$, kde $U_0 = 2 \cdot 10^4$ V, a frekvence napětí $f = 2,25 \cdot 10^7$ Hz. Urychlují se jednomocné ionty. Ion začíná pohyb z bodu uprostřed mezi duanty. Oběhne-li několikrát, dosáhne rychlosti $v = 4,4 \cdot 10^7$ m·s⁻¹. Určete počet půlkružnic, které ion oběhl; poloměr první a poslední kružnice, jestliže vzdálenost mezi duanty urazí ion při maximálním napětí. Hmotnost iontu je 1800× větší než klidová hmotnost elektronu.

Optika

82. Ohnisková vzdálenost objektivu mikroskopu je $f_1 = 3$ mm a okuláru $f_2 = 3$ cm. Délka mikroskopu $d = 16$ cm. Určete, do jaké vzdálenosti před objektiv je třeba umístit předmět, aby oko mohlo pozorovat obraz v mikroskopu z konvenční zrakové vzdálenosti $l = 25$ cm.

83. Tenká ploskodutá čočka je ponořená ve vodorovné poloze do vody tak, že prostor pod ní je vyplněn vzduchem. Optická mohutnost soustavy $\Phi = -2,6$ D. Určete poloměr křivosti čočky. Index lomu skla $N_1 = 1,5$; index lomu vody $N_2 = 1,33$.

84*. Korková zátka plave na hladině rybníka, jehož hloubka je $h = 1,6$ m. Kde se nachází stín zátky na dně rybníku, když Slunce právě zapadá? Index lomu vody $n = 1,33$.

85. Světelný paprsek dopadá na horní plochu skleněné krychle v rovině dopadu rovnoběžné s čelní plochou krychle. Prochází vnitřkem krychle a dopadá na její boční stěnu. Znázorněte graficky průchod paprsku krychlí. Rozhodněte, zda může světlo vycházet touto boční stěnou ven. Řešte nejprve obecně, poté pro index lomu skla $n = 1,5$.

86*. Skleněný hranol, jehož průřez má tvar rovnoramenného trojúhelníku, je ponořen do vody tak, že jeho základna splývá s hladinou vody. Kolmo na tuto základnu dopadá ze vzduchu paprsek monofrekvenčního světla o vlnové délce ve vakuu λ_0 . a) Jakou hodnotu α_m má mezní úhel pro rozhraní sklo-voda? b) Při kterých hodnotách lámavého úhlu φ hranolu nastává na rozhraní skla a vody úplný odraz? c) Jakou nejmenší tloušťku d musí mít tenká antireflexní vrstva, kterou pokryjeme základnu, aby se maximálně zeslabilo odražené světlo? Řešte nejprve obecně, pak vypočítejte hledané hodnoty číselně. Index lomu skla je $n_1 = 1,6$, vody $n_2 = 1,33$, antireflexní vrstvy $n_3 = 1,35$, $\lambda_0 = 650$ nm.

87. Optická mřížka má 1000 vrypů na 1 mm. Pro které vlnové délky dává pouze maximum 1. a 2. řádu? Jak daleko od nultého maxima vznikne na stínítku maximum 1. řádu pro vlnovou délku 500 nm, je-li stínítko vzdáleno $l = 2$ m od mřížky?

88. Bodový zdroj světla Z vysílá světlo o vlnové délce $\lambda = 500$ nm. Světelný paprsek dopadá kolmo na rovinné stínítko do bodu A , který je vzdálen 1 m od zdroje. Druhý světelný paprsek z téhož zdroje dopadá na totéž stínítko do bodu B vzdáleného od bodu A o 10 mm. O kolik vln je více na dráze ZB než na

dráze ZA ? Jak tlustou planparalelní destičku je třeba vložit do cesty ZA , aby počet vln v obou drahách byl stejný? Index lomu destičky $n = 1,5$.

89. Na ohybovou mřížku s mřížkovou konstantou d dopadá kolmo monofrekvenční světlo o vlnové délce $\lambda = 589,6$ nm. Za mřížkou je umístěna spojka s ohniskovou vzdáleností $f = 40$ cm. V ohniskové rovině čočky kolmo k její optické ose se nachází stínítko. a) Vypočítejte mřížkovou konstantu d dané mřížky, víte-li, že první maximum vznikne ve vzdálenosti $l = 6$ cm od hlavního maxima. Řešte nejprve obecně, pak pro zadané hodnoty. b) Nalezneme ve spektru dané mřížky i maximum čtvrtého řádu? c) Jakou barvu mají spektrální čáry?

90. Stůl je osvětlený dvěma žárovkami o stejné svítivosti $I = 200$ cd. Vzdálenost mezi žárovkami $d = 1$ m. Žárovky jsou ve výšce $h = 2$ m nad rovinou stolu. Vypočítejte intenzitu osvětlení: a) v bodech pod žárovkami, b) uprostřed mezi těmito body

91*. Deska stolu je osvětlována z bodového zdroje Z , který má tu vlastnost, že vysílá světlo do všech směrů stejně (viz obrázek v příloze). a) Jaké je osvětlení stolu v bodě X , je-li $|ZX| = 1$ m a svítivost zdroje 100 cd? b) Rovinné zrcadlo umístíme dle obrázku. Podaří se nám tímto uspořádáním zdvojnásobit osvětlení místa X oproti předcházejícímu případu? Vysvětlete.

Speciální teorie relativity

92. Elektricky nabitě π -mezony mají vzhledem k laboratorní vztažné soustavě kinetickou energii $E_k = 7m_0c$, střední dobu života $T = 1,76 \cdot 10^{-5}$ s. Určete vlastní dobu života π -mezonu; m_0 je klidová hmotnost π -mezonů.

93. Jaké napětí elektrostatického pole by bylo zapotřebí podle klasické teorie na to, aby elektron v tomto poli získal rychlost světla? Jakou rychlost získá elektron v tomto poli podle relativistické mechaniky?

94. Určete hmotnost a rychlost elektronu, jestliže jeho $E_k = 2 \cdot 10^5$ eV.

Fysika mikrosvětla

95. V obalu, který nepropouští α záření, je umístěn 1 g radia. Vypočítejte, jaké je celkové množství energie, která se v obalu získá za jednu hodinu, jestliže energie, kterou odnáší α částice, je 4,7 MeV.

96. Za jaký čas ubyde rozpadem 10 μg radioaktivní látky? Původní množství látky je 50 μg , poločas rozpadu je 3 minuty.

97. Elektron resp. proton letí prostředím o indexu lomu $N = 1,6$. Jakou musí mít kinetickou energii, aby se stal zdrojem Čerenkovova záření?

98. Jaká je rychlost fotoelektronů vystupujících z povrchu stříbra osvětleného monochromatickým světlem vlnové délky $15 \cdot 10^{-8}$ m, jestliže vlnová délka světla, při které se začne u stříbra projevovat fotoelektrický jev, je $26 \cdot 10^{-8}$ m?

99*. Laser o výkonu P vysílá světlo o vlnové délce λ . Určete a) energii E emitovaného fotonu v jednotkách joule a elektronvolt; b) velikost hybnosti p emitovaného fotonu; c) energii E' vyzářenou laserem za dobu t_1 ; d) počet N vyzářených fotonů za dobu t_2 ; e) hmotnost m fotonu vysílaného světla. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $P = 4$ mW, $\lambda = 632,8$ nm, $t_1 = 10$ s, $t_2 = 1$ s.

100. Speciální zdroj vyzařuje monofrekvenční světlo o vlnové délce λ . Jeho příkon je P_0 a účinnost převodu elektrické energie na světlo je η . Zjistěte a) výkon P zdroje a energii E vyzářenou tímto zdrojem za dobu t ; b) počet N vyzářených fotonů za dobu t ; c) velikost hybnosti p jednoho vyzářeného fotonu; d) zda sodík vykáže vnější fotoelektrický jev pro uvažované světlo, jestliže energie (výstupní práce) potřebná pro emisi elektronu z kovového sodíku je E_v . Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $\lambda = 630$ nm, $P_0 = 60$ W, $\eta = 93$ %, $t = 730$ h, $E_v = 2,28$ eV.

101. Při osvětlení kovové destičky monofrekvenčním světlem o vlnové délce λ_1 nastane vnější fotoelektrický jev. Uvolněné elektrony z kovu mají rychlost v_1 . Při osvětlení téže destičky monofrekvenčním světlem o vlnové délce λ_2 je rychlost uvolněných elektronů v_2 . Z uvedených údajů vypočítejte Planckovu konstantu h pro $\lambda_1 = 420$ nm, $\lambda_2 = 610$ nm, $v_1 = 8,15 \cdot 10^5$ m·s⁻¹, $v_2 = 5,8 \cdot 10^5$ m·s⁻¹.

102. Blok jaderné elektrárny o elektrickém výkonu P přeměňuje jadernou energii v energii elektrickou s účinností η . Při štěpení jednoho jádra ${}_{92}^{235}\text{U}$ se uvolní energie E_0 . Určete hmotnost uranu, který se spotřebuje v elektrárně za dobu t . Řešte nejprve obecně, pak číselně pro $P = 500$ MW, $\eta = 45$ %, $E_0 = 200$ MeV, $t = 1$ den.

103. Bohrov model atomu vodíku z roku 1913 postuluje, že elektron se pohybuje po takových kruhových trajektoriích o poloměru r se středem v jádře (tj. protonu), pro něž platí $2\pi m_e v r = nh$, kde v je rychlost elektronu o hmotnosti m_e na příslušné trajektorii o poloměru r a $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 1$ udává pořadí trajektorie směrem od jádra. Odvoďte vztahy pro rychlost, poloměr trajektorie a frekvenci oběhu elektronu; vypočítejte velikost těchto veličin pro $n = 1$.

Aplikace diferenciálního nebo integrálního počtu

301. Dráha hmotného bodu je popsána vztahem $s = k_1(1 - e^{-k_2 t})$, kde $k_1, k_2 > 0$ jsou reálné konstanty, t je čas v sekundách, s dráha v metrech. Určete vztah pro okamžitou rychlost hmotného bodu a její hodnotu pro $t = 0$. Jaký pohyb koná hmotný bod? (Doložte výpočtem zrychlení.)

302. Určete délku jednozvrtné páky tak, aby ke zdvižení břemene tíhy G_1 (umístěného ve vzdálenosti a od podpěry) bylo třeba nejmenší síly. Lineární hustota materiálu páky je γ . Úlohu řešte obecně, potom pro $G_1 = 1000 \text{ N}$, $a = 0,64 \text{ m}$, $\gamma = 8 \text{ kg/m}$.

303. V nádobě je voda s hladinou ve výšce h . Jak vysoko nad dnem je třeba udělat otvor ve stěně, aby voda stříkala co nejdále?

304. Křivka popisující Maxwellovo rozdělení rychlostí molekul ideálního plynu, jehož molekuly mají hmotnost m_0 , je dána funkčním předpisem

$$N(v) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{m_0}{kT}\right)^3 v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}.$$

Určete pro danou teplotu T daného plynu nejpravděpodobnější rychlost v_p .

305. Kvádr o hmotnosti m máme vléci rovnoměrným pohybem po vodorovné podložce. Součinitel smykového tření mezi kvádrem a podložkou je f . Určete úhel α mezi působící silou a podložkou tak, aby velikost síly F byla nejmenší.

306. Určete rozměry kotle parního válce tak, aby při daném při daném objemu páry V bylo ochlazování páry ve válci nejmenší, tj. aby povrch válce byl minimální.

307. Stanovte, kdy jsou si nejbližší předmět a skutečný obraz vytvořený spojnou čočkou o dané ohniskové vzdálenosti f .

308. Silnice široká b metrů je osvětlována lampou, která je nad osou silnice. V jaké výšce x nad silnicí musí být lampa, aby okraj silnice byl co nejvíce osvětlen?

- 309.** Uprostřed nad kruhovou deskou stolu poloměru $R = 1$ m je světelný zdroj. Vypočítejte, do jaké výšky je třeba světelný zdroj posunout, aby intenzita osvětlení okraje stolu byla největší.
- 310.** Odvoďte vztah pro objem koule o poloměru R .
- 311.** Určete polohu těžiště tenké homogenní desky omezené obloukem paraboly $y^2 = 2px$ a přímkou $x = a$; $p, a \in \mathbf{R}_+$.
- 312.** Určete polohu těžiště homogenního tělesa tvaru rotačního kužele, který má poloměr podstavy R a výšku h .
- 313.** Určete moment setrvačnosti homogenní velmi tenké tyče délky l a hmotnosti m vzhledem k ose procházející těžištěm kolmo na tyč.
- 314.** Tenká homogenní tyč délky l je otáčivá kolem vodorovné osy procházející jedním koncem tyče. Jakou rychlost musíme udělit druhému koncovému bodu tyče, aby se dostala z rovnovážné polohy stálé do rovnovážné polohy vratké? Délka tyče $l = 60$ cm.
- 315.** Určete práci potřebnou k vynesení družice o hmotnosti m do výšky h nad povrch Země. Předpokládejte, že jsou známy hmotnost M a poloměr R Země. Neuvažujte kinetickou energii družice. Gravitační pole Země nelze (v řešeném problému) pokládat za homogenní!
- 316.** Koule plave v kapalině hustoty ρ tak, že je v ní ponořena polovinou svého objemu. Jaká práce se vykoná při vytažení koule nad hladinu kapaliny, jestliže poloměr koule je R ?
- 317.** Vypočtete práci, kterou musíme vykonat, abychom vyčerpali nádrž tvaru polokoule, je-li naplněna do poloviny vodou. Poloměr je $r = 2$ m.
- 318.** Jakou tlakovou silou působí kapalina na svislou obdélníkovou stěnu o základně a , jež je do výšky h ve styku s kapalinou?
- 319.** Přehradní hráz má tvar rovnoramenného lichoběžníka. Voda sahá do výšky $h = 50$ m; této výšce je šířka hráze $a = 80$ m, u dna je šířka $b = 50$ m. Vypočítejte tlakovou sílu, kterou voda působí na hráz.
- 320.** Určete velikost hydrostatické tlakové síly, která působí na plášť válce výšky v a poloměru R , zcela zaplněného kapalinou o hustotě ρ .
- 321.** Vypočtete práci, kterou vykoná ideální plyn při isothermické expanzi, jestliže jeho počáteční objem je $V_1 = 10 \text{ dm}^3$ a tlak $p_1 = 10^3 \text{ kPa}$; konečný tlak po expanzi je $p_2 = 10^2 \text{ kPa}$.

322. Jak velkou práci musíme vykonat při adiabatickém stlačení vodíku na polovinu původního objemu $V_1 = 1 \text{ m}^3$, byl-li počáteční tlak $p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$?

323. Z desky velmi malé tloušťky h , z materiálu s měrným odporem ρ vyřízneme rovinný prstenec tvaru mezikruží s vnitřním poloměrem R_1 a vnějším poloměrem R_2 . Jaký bude odpor tohoto prstence, jestliže a) prstenec radiálně rozřízneme a okraje řezu budou tvořit přívody proudu, b) přívody proudu budou obě ohraničující kružnice?

324. Ukažte, že elektrický výkon je při daném zdroji (o elektromotorickém napětí U_e a vnitřním odporu R_i zdroje) maximální, je-li vnější odpor R roven vnitřnímu odporu zdroje R_i .

325. Užitím Fermatova principu odvoďte zákon lomu světla $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2}$, kde c_1 resp. c_2 je rychlost světla v prvním resp. druhém prostředí.

326. Předpokládejte, že rychlost rozpadu radioaktivních jader je úměrná počtu těchto jader, tedy

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N;$$

na základě tohoto předpokladu odvoďte rozpadový zákon.

Orientace, 2. část: Závislosti

1. Načrtněte grafy závislosti rychlosti na čase a dráhy na čase rovnoměrného přímočarého pohybu; popište vzorci.
2. Načrtněte grafy závislosti rychlosti na čase a dráhy na čase rovnoměrně zrychleného pohybu; popište vzorci.
3. Hmotný bod má na počátku rychlost o velikosti $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Nejprve se dvě sekundy pohybuje se zrychlením o velikosti $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, poté tři sekundy se zpomalením $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Znázorněte pohyb hmotného bodu v st a vt diagramu.
4. Načrtněte graf závislosti atmosférického tlaku na (nadmořské) výšce, naznačte matematický popis závislosti.
5. Načrtněte rezonanční křivku, popište polohu jejího maxima.
6. Načrtněte časový diagram periodického resp. aperiodického případu tluměného kmitání; naznačte matematický popis.
7. Načrtněte některé Lissajousovy obrazce; vysvětlete, kdy vznikají.
8. Načrtněte časový diagram kmitání mechanického oscilátoru popsaného rovnicí $\{y\} = 3 \sin(\pi\{t\} + \frac{\pi}{2})$.
9. Načrtněte rozdělení molekul podle velikosti rychlosti; pojmenujte význačné body grafu.
10. Znázorněte v diagramech pV , pT , VT isobarický děj, zdůvodněte tvar jednotlivých křivek matematicky.
11. Znázorněte v diagramech pV , pT , VT isochorický děj, zdůvodněte tvar jednotlivých křivek matematicky.
12. Znázorněte v diagramech pV , pT , VT isothermický děj, zdůvodněte tvar jednotlivých křivek matematicky.
13. Načrtněte (do jednoho pV diagramu) adiabatou a isotermy; matematicky zdůvodněte vzájemnou polohu obou křivek.
14. Plyn má v počátečním stavu objem 10^{-3} m^3 a tlak 10^5 Pa . Plyn přešel nejprve isothermickým dějem do stavu, v němž byl jeho objem $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. V dalším ději se tlak plynu při stálém objemu zmenšil na poloviční hodnotu, kterou měl plyn ve stavu předcházejícím. Znázorněte popsáný děj v pV diagramu.
15. Načrtněte (kvalitativně) graf závislosti hustoty vody na teplotě v intervalu $0 \text{ }^\circ\text{C}$ až $10 \text{ }^\circ\text{C}$; popište minimum grafu.

- 16.** Načrtněte graf závislosti intenzity a potenciálu elektrického pole (vytvářeného vodivou koulí o poloměru R) na vzdálenosti od středu koule; rozhodněte o (ne)spojitosti grafů.
- 17.** Načrtněte graf závislosti měrného elektrického odporu kovu na teplotě; vyjádřete znázorněnou závislost vzorcem.
- 18.** Načrtněte grafy závislosti měrného odporu kovu a polovodiče na teplotě.
- 19.** Načrtněte VA charakteristiku elektrolytického vodiče; vyjádřete znázorněnou závislost vzorcem.
- 20.** Načrtněte VA charakteristiku kovového vodiče; vyjádřete znázorněnou závislost vzorcem.
- 21.** Načrtněte VA charakteristiku polovodičové diody, okomentujte jednotlivé části grafu.
- 22.** Načrtněte VA charakteristiku výboje v plynu za atmosférického tlaku, okomentujte jednotlivé části grafu.
- 23.** Načrtněte zatěžovací charakteristiku elektrického (suchého) článku; vyjádřete znázorněnou závislost vzorcem.
- 24.** Načrtněte hysterézní smyčku, popište významné body.
- 25.** Načrtněte (pro napětí U a pro indukované napětí U_i) časový diagram přechodného děje.
- 26.** Uveďte zákon radioaktivní přeměny, popsanou závislost znázorněte graficky.

OBSAH

Úvodní poznámka editora	2
Mechanika	3
Molekulová fyzika a termika	6
Elektřina a magnetismus	9
Optika	14
Speciální teorie relativity	15
Fyzika mikrosvěta	16
Aplikace diferenciálního a integrálního počtu	17
Orientace, 2. část: Závislosti	20

Sazba: Honsoft, 2006–2007.