Sazba: Honsoft, 2007.

GYMNÁZIUM F. X. ŠALDY
PŘEDMĚTOVÁ KOMISE MATEMATIKY

SBÍRKA ÚLOH Z MATEMATIKY

pro přípravu k maturitní zkoušce,
k přijímacím zkouškám do vysokých škol
a k práci v matematickém semináři

Honsoft • Liberec 2007 • Verze 1.0

Úlohy řešené obrazem

627. Vyberte výroky, o nichž lze na základě daných pravdivých výroků jistě usoudit, že jsou pravdivé! Své rozhodnutí ilustrujte Vennovými diagramy. **Dané výroky:** Všichni hajdamárové jsou olimony. Žádný hajdamár není wachmanem. **Posuzované výroky:** a) Žádný olimon není wachmanem. b) Někteří hajdamárové nejsou olimony. c) Někteří hajdamárové jsou olimony. d) Všichni hajdamárové jsou wachmany.

628. Rozhodněte (a ukažte Vennovým diagramem), zda platí výrok

$$(A \cap B) \cup (C \cap B) = C \cap (A \cap C').$$

629. Vyberte výroky, o nichž lze na základě daných pravdivých výroků jistě usoudit, že jsou pravdivé! Své rozhodnutí ilustrujte Vennovými diagramy. **Dané výroky:** Všechny osobní automobily jsou vozidly. Všechna vozidla jsou věcmi v právním smyslu. **Posuzované výroky:** a) Všechna vozidla jsou osobními automobily. b) Všechny věci v právním smyslu jsou vozidly. c) Všechny osobní automobily jsou věcmi v právním smyslu. d) Některá vozidla jsou osobními automobily.

630. Načrtněte graf libovolné funkce f, $\mathrm{D}(f) = \mathbf{R}$, která a) není ani shora omezená, ani zdola omezená, je rostoucí, b) je omezená, není ani rostoucí, ani klesající, je lichá.

631. Načrtněte graf libovolné funkce f, $\mathrm{D}(f) = \mathbf{R}$, která a) není ani shora omezená, ani zdola omezení, není rostoucí ani klesající, b) je sudá, není ani shora omezená, ani zdola omezená.

632. Funkce na množině $A := \mathbf{N} \cap \langle 1, 8\rangle$ je dána takto: každému $x \in A$ je přiřazeno to číslo y, které udává počet všech prvočísel, jež jsou menší než x. Sestrojte graf této funkce (v kartézské soustavě souřadnic).

633. Uvažujme o funkci g, která je dána na množině $A := \mathbf{N} \cap \langle 1, 10\rangle$ takto: každému $x \in A$ je přiřazen počet všech dělitelů čísla x. (Uvažujme o dělitelnosti zavedené obvyklým způsobem v $\mathbf{N}$.) a) Sestrojte graf funkce g (v kartézské soustavě souřadnic). b) Najděte $\mathrm{D}(g)$ a $\mathrm{H}(g)$.

634. Načrtněte v kartézské soustavě souřadnic graf funkce:

$$f(x) := (3x + 1) \cdot \operatorname{sgn}(3x + 1).$$

104. Základy teorie míry a určitého integrálu objevil mj. Johannes Kepler při studiu vinných sudů. Začněme ovšem jednodušším problémem: Dva sudy obsahují určité množství vína. Jestliže z prvního nalijeme do druhého právě tolik vína, kolik tam již je, potom z druhého do prvního právě tolik vína, kolik tam již je, a opět z prvního do druhého právě tolik, kolik tam již je, bude v každém ze sudů 160 litrů vína. Kolik litrů bylo v každém sudu na začátku?

105. Jedním z požadavků, které je při výrobě nutno respektovat, je minimalizace nákladů na materiál. Avantgardní módní návrhář popsal výrobnímu závodu svůj návrh dámského prádla takto: Je dán rovnostranný trojúhelník o straně délky a. Jeho vrcholy jsou středy kružnic o poloměrech $a/2$. Oblouky těchto kružnic omezují navrhovaný výrobek. Určete přibližnou spotřebu materiálu potřebného k výrobě, je-li nutno vzhledem k výrobnímu postupu přidat 20 % materiálu. (Elasticitu materiálu a všeliké krajkoví zanedbejte.)

106. V sedmé části literárního divertimenta Josefa Škvoreckého *Hříchy pro pátera Knoxe* je klíčem k řešení jistého delikátního případu relace

$$(4\,|x| + 2y - 4) \cdot ((|y| - 1) + |y| - 1 + |x|) = 0,$$

kterou hlavní hrdince Evě Adamové pomůže vyřešit matematik prof. Marcus Twisten. Postupujte jako on: znázorněte v rovině jako body všechny uspořádané dvojice čísel $[x, y]$, které této relaci náleží.

107. Řešte v $\mathbf{R}$ rovnici $\sqrt{a - \sqrt{a^2 - x^2}} = x$ s parametrem $a \in \mathbf{R}$.

108. Řešte v $\mathbf{R}$ rovnici $3x + 5 = \sqrt{9x^2 + 5\sqrt{36x^2 + 62x + 5}}$.

109. Řešte v $\mathbf{Z}$ rovnici $x^x - x^{-x} = 3(1 + x^{-x})$.

110. Jistý fysikální problém byl převeden na řešení rovnice:

$$(3 + \sqrt{8})^x + (3 - \sqrt{8})^x = 34.$$

Vyřešte tuto rovnici v $\mathbf{R}$.

111. Jistý ekonomický problém vede k rovnici:

$$2^x \left(\frac{1}{8}\right)^{1-x} + 2^{1-x} \left(\frac{1}{8}\right)^x = 1.$$

Řešte tuto rovnici v $\mathbf{R}$.

112. Korejská lidově demokratická republika skladuje radioaktivní materiály. Radioaktivní látka A má hmotnost m_1 a poločas přeměny T_1; radioaktivní látka plotu budou tvořit stěny drůbežárny, jejíž obdélníkový půdorys má rozměry 16 m × 10 m. Jaké rozměry musí mít výběh, aby měl co největší obsah?

513. Trosečníci na pustém ostrově potřebují vyrobit drátěný kruh a rovnostranný trojúhelník tak, aby součet obsahů vzniklých útvarů byl co největší; k dispozici mají drát délky 3 m, který rozdělí na dvě části a ohnou. Jak je třeba rozdělení provést?

514. Ze 4 m dlouhého úhlového železa se má svařit kostra akvária, jehož hrany dna mají být v poměru 2 : 3. Jaké rozměry má mít kostra, aby se do akvária vešlo co nejvíce vody?

515. Jednou z nejzdařilejších knih Julese Verna je *Tajuplný ostrov*. Pět trosečníků z balónu se pod vedením geniálního inženýra Cyruse Smitha postaví nepříznivým okolnostem. Několik dní po ztroskotání zapálil inženýr oheň; užil k tomu sklíčka ze svých hodinek a z hodinek novináře Gedeona Spiletta; „náhodou“ měla stejný průměr, takže z nich vytvořil spojnou čočku. Stanovte, kdy jsou si nejblíže předmět a skutečný obraz vytvořený spojnou čočkou o dané ohniskové vzdálenosti f.

516. Užitím Fermatova principu odvoďte zákon lomu světla

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2},$$

kde c_1 resp. c_2 je rychlost světla v prvním resp. druhém prostředí.

517. Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) := \sin^5 x$.

518. Najděte primitivní funkci k funkci $f(x) := x^2 e^x$.

519. Najděte primitivní funkci k funkci

$$f(x) := \frac{2x+7}{x^2+x-2}.$$

(Užijte rozklad na parciální zlomky.)

520. Určete objem tělesa, které vznikne rotací obrazce a ohraničeného křivkami $x^2 + y^2 - 2x = 0$, $y = x$ kolem osy x.

521. Určete objem anuloidu, tj. tělesa, které vznikne rotací kruhu o poloměru r a středu $S\,[0, a]$, kde $0 < r < a$, kolem osy x.

522. Užitím Newtonova integrálu odvoďte vztah pro objem koule.

Analytická geometrie

301. Je dána množina $A = \{1, 2, 3, 4\}$ a relace $S = \{[1, 2], [2, 2], [3, 3], [4, 4]\}$. a) Sestrojte graf relace S. b) Určete první a druhý obor relace S. c) Rozhodněte, zda relace S definovaná v A je zobrazením, prostým zobrazením, funkcí. d) Určete inverzní relaci S_{-1} a zjistěte, zda je funkcí. e) Určete, zda relace S definovaná v A je reflexívní, symetrická, tranzitivní.

302. a) Jsou dány množiny $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b\}$. Určete postupně: 1. všechny vzájemně různé relace mezi A a B; 2. všechna zobrazení z A do B; 3. všechna prostá zobrazení z A do B. b) V množině všech přímek dané roviny rozhodněte, které z uvedených relací jsou reflexívní, symetrické, tranzitivní: 1. x je rovnoběžná s y; 2. x je různoběžná s y; 3. x je kolmá k y; c) Sestrojte v $\mathbf{R}^2$ graf relace S, pro niž platí zároveň tyto podmínky $y \geq \log_2 x$; $y < 2^x$; $x \geq 1$; $y < -x + 6$.

303. V rovině ϱ jsou dány dva různé body A, B. Určete množinu všech bodů X roviny ϱ, pro něž platí $|AX| \,/\, |BX| = k$, kde k náleží $\mathbf{R}_+ - \{1\}$.

304. a) Je dána krychle $ABCDEFHGH$ a vektory $\vec{e}_1 := A - D$, $\vec{e}_2 := C - D$, $\vec{e}_3 := H - D$. Zapište vektory $G - A$, $B - S_{AH}$, $F - C$ jako lineární kombinaci daných vektorů. b) Zjistěte, zda vektory $\vec{a} = (2, -1, 3)$, $\vec{b} = (3, 0, 6)$, $\vec{c} = (4, -5, 10)$ tvoří skupinu lineárně závislých, nebo lineárně nezávislých vektorů.

305. Jsou dány body $A\,[1, 2]$, $B\,[-3, 5]$, $C\,[-4, -3]$. a) Dokažte, že body tvoří vrcholy trojúhelníku. b) Vypočítejte jeho obsah. c) Najděte souřadnice středu kružnice opsané. d) Napište rovnici přímky, na které leží v_a.

306. Určete rovnici přímky, která prochází daným bodem $A\,[-2, -3]$ a od přímky $x + 2y + 6 = 0$ má odchylku 45°.

307. Napište rovnici přímky, která prochází bodem $M\,[10, 5]$ a má od bodu $N\,[7, 2]$ vzdálenost $v = 3$.

308. Určete neparametrické vyjádření roviny ϱ a její obraz ve středové souměrnosti (se středem v počátku soustavy souřadnic), je-li zadáno:
$\varrho:\ x = 1 - r + s,\ y = 2 + 2r,\ z\ = 3 - r + 2s;\ r, s \in \mathbf{R}$.

309. Vyšetřete vzájemnou polohu tří rovin:
$\sigma:\ 4x + 2y - 3z - 11 = 0$, $\varrho:\ 8x + 6y - 7z - 23 = 0$, $\tau:\ 12x - 10y + 11z + 5 = 0$.
Mají-li společné body resp. přímky, uveďte jejich rovnice.

celá jednou barvou a aby žádné dvě sousední části (tj. části oddělené úsečkou, polopřímkou nebo přímkou) nebyly vybarveny stejnou barvou.

406. Dokažte, že pro všechna $x \in \mathbf{R}$, $x > -1$ a pro všechna přirozená čísla n platí *Bernoulliho nerovnost*:

$$(1+x)^n \geq 1 + nx.$$

407. Dokažte větu: Pro každé $n \in \mathbf{N}$ platí: $5 \mid (n^2+1) \Rightarrow 5 \nmid n$.

408. V geometrické posloupnosti platí $s_6 = 9s_3$. Určete a_1, q.

409. Existuje rovinný konvexní mnohoúhelník, jehož největší vnitřní úhel je $162°$, každý následující je o $4°$ menší než předcházející. Určete daný mnohoúhelník.

410. Délky hran kvádru tvoří tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti, součet délek všech hran kvádru je 84 cm. Vypočítejte povrch kvádru, víte-li, že jeho objem je 64 cm^3.

411. Pozornost je třeba věnovat i drobným střadatelům. Vkladatel vložil do jistého finančního produktu nejmenované banky dne 3. 8. 2004 částku 5000 Kč. Úroková míra 10 % p. a., úrokovací období pololetní. Vkladatel žádnou částku nevybírá. Jakou částku bude mít naspořenu k 31. 12. 2006? Předpokládejte užití tzv. německé metody („normální úrok“) pro stanovení délky úrokovací doby.

412. K důležitým prvkům přípravy na mimořádné situace patří nácvik ochrany před nebezpečným zářením. Polovrstva materiálu je taková tloušťka vrstvy určeného materiálu, po jejímž průchodu se intenzita jaderného záření sníží právě na polovinu. a) Zjistěte nejmenší počet polovrstev, po jejímž průchodu intenzita jaderného záření nepřekročí jednu tisícinu původní intenzity záření. Určete též nejmenší tloušťku d takové vrstvy (s přesností na centimetry), víte-li, že příslušná polovrstva je 15 cm. b) Řešte obecně pro případ, že polovrstva je d_1 a intenzita nemá překročit $1/p$ původní intenzity záření.

413. V $\mathbf{R}$ řešte:

$$1 + \frac{2}{x} + \left|\frac{4}{x^2}\right| + \cdots = \frac{4x-3}{3x-4}.$$

414. Určete všechna $x \in \mathbf{R}$, pro která platí rovnice:

$$1 - \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg}^3 x + \cdots = \frac{\operatorname{tg} 2x}{1 + \operatorname{tg} 2x}.$$

415. Do rovnostranného trojúhelníka o straně a je vepsána kružnice. Do zbývající části při vrcholech další kružnice, atd. Určete poměr ploch všech vzniklých trojúhelníků vůči vzniklým kruhům.

416. Určete všechna reálná čísla x tak, aby čtvrtý člen binomického rozvoje výrazu

$$\left(x^{\frac{1}{2(1+\log x)}} + \sqrt[12]{x}\right)^6$$

byl roven 200.

417. Užitím binomické a Moivreovy věty odvoďte goniometrický vzorec, který $\sin 4x$ resp. $\cos 4x$ vyjádří pomocí výrazů tvaru $\sin^m x$, $\cos^n x$; $m, n \in \mathbf{N}$.

418. Kolik přímek určuje deset různých bodů v rovině, z nichž a) žádné tři neleží v přímce, b) právě šest leží v přímce, c) čtyři body leží v jedné přímce a jiné tři body leží v druhé přímce? d) Kolik přímek určuje n různých bodů v rovině, z nichž právě p leží v přímce?

419. Dvě úlohy z gymnázia. a) První ze Školního senátu. S připomínkami k zákazu kouření v areálu školy chce vystoupit šest řečníků: A, B, C, D, E, F. Určete počet: a) všech možných pořadí jejich vystoupení; b) všech pořadí, v nichž vystupuje A po senátorce D; c) všech pořadí, v nichž vystupuje A ihned po senátorce D. b) Druhá úloha je ze školní jídelny. Určete, kolika způsoby může m chlapců a n dívek nastoupit do zástupu tak, aby a) nejdříve stály všechny dívky a pak všichni chlapci; b) mezi žádnými dvěma chlapci nebyla žádná dívka ani mezi žádnými dvěma dívkami nebyl žádný chlapec; c) mezi žádnými dvěma chlapci nebyla žádná dívka.

420. a) Určete, kolikrát lze přemístit slova ve verši ze skladby *Slávy dcera* Jana Kollára „Sám svobody kdo hoden, svobodu zná vážiti každou“ tak, aby se „nepromíchala“ slova věty hlavní a vedlejší. b) Nákupčí knihovny (tedy člověk, který kupuje i více kusů téže knihy) je v jednom oddělení knihkupectví. Zde je ke koupi deset knih, přičemž každá kniha je k dispozici v padesáti exemplářích. Určete, kolika způsoby lze zakoupit: a) 15 knih; b) 51 knihu; c) 8 různých knih.

421. a) Určete počet kvádrů, jejichž velikosti hran jsou přirozená čísla nejvýše rovná deseti. Kolik je v tomto počtu krychlí? b) Z osmi stejných kvádrů, dvou jehlanů, dvou kuželů a dvou koulí vybereme a) trojici, b) dvojici těles. Jaký je počet možností pro jejich složení?

422. Při startu se zřítilo letadlo. Ze 120 cestujících, mezi nimiž bylo 5 Bratislavanů, zahynulo 5 lidí a 39 bylo těžce raněných. Jaká je pravděpodobnost, byla v tomto okamžiku výška kosmické lodi nad povrchem Země a nad kterou rovnoběžkou se právě nacházela? Zemi považujeme za kouli o poloměru $r = 6370$ km.

215. V 6. scéně 3. jednání Rostandovy hry *Cyrano z Bergeracu* stojí Roxana na balkoně. Cyrano, stojící na zemi kus od zdi domu, hledí na špičku jejího nosu pod výškovým úhlem 85° a říká:

„Ba, to je láska, vskutku,
ten cit tak žárlivý a strašný, pln smutku,“

ustoupí ještě o čtvrt metru dále od Roxanina balkonu, takže špičku jejího nosu vidí pod výškovým úhlem $79°40'$, a pokračuje:

„to vskutku láska je v svém celém rozvášnění,
to pravá láska je a sobecká přec není.“

Roxana je dojata a svolí k polibku, pro který si ovšem na balkon přijde přitroublý Kristián. Cyranovi zbydou oči pro pláč a pro čtenáře otázka: Jak vysoko byla špička Roxanina nosu nad rovinou Cyranových očí?

216. Meteorologická úloha: Určete výšku mraku nad hladinou jezera, jestliže ho vidíme z místa A pod výškovým úhlem α a z téhož místa vidíme jeho obraz v jezeře pod hloubkovým úhlem β. Výška místa A nad rovinou hladiny jezera je d. Řešte nejprve obecně, pak numericky pro hodnoty $\alpha = 35°12'$, $\beta = 37°36'$, $d = 21{,}9$ m.

217. Určete přirozená čísla udávající délky stran pravoúhlého trojúhelníku, jehož obvod i obsah jsou (v koherentních jednotkách) vyjádřeny týmž číslem.

218. Pravidelný trojboký jehlan má podstavnou hranu velikosti a, jeho boční hrana má od roviny podstavy odchylku α. Vypočítejte povrch jehlanu.

219. Do koule s poloměrem r je vepsán rovnostranný válec a rovnostranný kužel. Určete poměr povrchů a poměr objemů těchto těles.

220. Geografická úloha: Předpokládáme, že Země má tvar koule o poloměru r km. Ve výšce h nad povrchem Země je stacionární družice. a) Určete vzdálenost stacionární družice od místa na povrchu Země, ze kterého by bylo možné pozorovat družici právě na horizontu. b) Vyjádřete povrch části Země, který lze z této družice spatřit.

221. Sestrojte průsečnici rovin XYZ a KLM v situaci určené obrázkem v příloze.

222. Sestrojte řezy těles v obrázku v příloze rovinou XYZ.

523. Rotační elipsoid vznikne rotací kolem osy x části elipsy

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 \leq 1, \quad y \geq 0,$$

kde $a \in \mathbf{R}_+$, $b \in \mathbf{R}_+$. Odvoďte vztah pro jeho objem.

524. Určete polohu těžiště tenké homogenní desky omezené obloukem paraboly $y^2 = 2px$ a přímkou $x = a$; $p, a \in \mathbf{R}_+$.

525. Užitím Newtonova integrálu odvoďte vztah pro objem kulové úseče o poloměru r a výšce v.

Elementární úlohy

602. Zapište a dokažte *de Morganovo pravidlo* pro negaci konjunkce.

603. Zapište a dokažte *de Morganovo pravidlo* pro negaci disjunkce.

604. Rozhodněte, jsou-li uvedené texty výroky; pokud ano, znegujte je:
a) Liberec je hlavní město Jižní Dakoty a Moskva je hlavní město Austrálie.
b) Brzy, jazyk, nazývati, zygota.
c) Každý rok bylo na našem školním dvorku upáleno aspoň osm provinilců.

605. Rozhodněte, jsou-li uvedené texty výroky; pokud ano, znegujte je:
a) $5 + 789 > 432$ právě tehdy, když 5 je sudé číslo.
b) Samara má kamarádku Tamaru nebo má doma almaru.
c) Jemnostpane Krakonoši!

606. Rozhodněte, které z uvedených písňových textů lze považovat za výroky, výroky znegujte:
a) Tak kopni do tý bedny, ať na cestu se dám!
b) Na kopečku v Africe stojí stará věznice.
c) Když jsem byla panna a s horníkama chodila, říkala mi máma, abych se krotila.
d) Kde domov můj, kde domov máj?
e) Dokud se zpívá, ještě se neumřelo.
f) All you need is love.

607. Pět přátel – Alfréd, Burizon, Cecilka, David a Emil – bylo pozváno na večírek; nebylo však známo, kdo pozvání přijme. Objevily se čtyři různé názory: (1) Nepřijde Alfréd a Burizon. (2) Přijde Burizon nebo Cecilka. (3) Jestliže přijde Cecilka, přijde David. (4) Emil přijde právě tehdy, když přijde David. Na večírek nakonec nepřijel nikdo. Který z výroků (1)–(4) byl tedy pravdivý?

22. Vyslovte větu o analytickém vyjádření tečny kružnice v daném bodě kružnice.

23. Vyslovte definici elipsy a ukažte, že všechny body náležící elipse podle této definice splňují tzv. rovnici elipsy.

24. Vyslovte definici paraboly (pomocí ohniska a řídící přímky) a ukažte, že všechny body náležící parabole podle této definice splňují tzv. rovnici paraboly.

25. Vyslovte a dokažte větu o součinu dvou komplexních čísel v goniometrickém tvaru.

26. Vyslovte a dokažte větu o podílu dvou komplexních čísel v goniometrickém tvaru.

27. Vyslovte jako matematické věty a dokažte vzorce o rozkladu dvojčlenů $a^2 \pm b^2$ resp. $a^3 \pm b^3$ v komplexním oboru.

28. Vyslovte a dokažte Moivreovu větu.

29. Vyslovte a dokažte větu o existenci a výpočtu řešení kvadratické rovnice s reálnými koeficienty v komplexním oboru.

30. Vyslovte a dokažte větu o existenci a výpočtu řešení kvadratické rovnice s komplexními koeficienty v komplexním oboru.

31. Vyslovte a dokažte větu o počtu k-členných kombinací z n prvků (bez opakování).

32. Vyslovte a dokažte binomickou větu.

33. Vyslovte jako matematickou větu a dokažte vzorec pro součet prvních n členů geometrické posloupnosti.

Funkce a rovnice

101. Řešte v $\mathbf{R}^2$ soustavu rovnic $\begin{cases} x + (b-1)y = 1 \\ (b+1)x + 3y = -1 \end{cases}$ s parametrem $b \in \mathbf{R}$.

102. Řešte v $\mathbf{R}$ rovnici $|x-2| - |x+2| = |a+2| - |a-2|$ s parametrem $a \in \mathbf{R}$; řešení znázorněte graficky.

103. Kulovou plochu rozděluje rovina σ na dva vrchlíky, jejichž obsahy jsou v poměru 2 : 3. Vypočítejte poměr objemů kulových úsečí s podstavou v rovině σ.

635. Načrtněte v kartézské soustavě souřadnic graf funkce:

$$f(x) := (x-1) + \operatorname{sgn}(x-1).$$

636. Načrtněte v kartézské soustavě souřadnic (do jednoho obrázku) grafy funkcí:

$$f(x) := x^2 - 1, \quad g(x) = \left|x^2 - 1\right|.$$

637. Symbolem $[x]$ rozumíme celou část čísla x definovanou obvyklým způsobem. Načrtněte graf funkce $f(x) := 1^{[x]} + (-1)^{[x]}$; rozhodněte, je-li tato funkce periodická, popř. stanovte nejmenší periodu.

638. Symbolem $[x]$ rozumíme celou část čísla x definovanou obvyklým způsobem. Načrtněte graf funkcí $f(x) := 3x - 3[x]$ resp. $g(x) := [3x] - 3x$; rozhodněte, jsou-li tyto funkce periodické, popř. stanovte jejich nejmenší periody.

639. Načrtněte v kartézské soustavě souřadnic (do jednoho obrázku) grafy funkcí: $f(x) := x^2$, $g(x) := \sqrt{x}$, $h(x) := \sqrt{x} + 2$, $k(x) := \sqrt{x+2}$.

640. Načrtněte v kartézské soustavě souřadnic (do jednoho obrázku) grafy funkcí: $e(x) := \log_{10} x$, $f(x) := \log_{10}(x-3)$, $g(x) := \log_{10} x - 3$.

641. Načrtněte v kartézské soustavě souřadnic (do jednoho obrázku) grafy funkcí: $f(x) := |4^x - 2|$, $g(x) := 4^{|x|}$, $h(x) := \left|4^{|x|} - 2\right|$.

642. Načrtněte v kartézské soustavě souřadnic (do jednoho obrázku) grafy funkcí: $f(x) := x^3$, $g(x) := \operatorname{tg} x$. Správně zachyťte mj. rozdílnost grafů obou funkcí v okolí počátku; obhajte svůj obrázek užitím diferenciálního počtu.

643. Načrtněte v kartézské soustavě souřadnic (do jednoho obrázku) grafy funkcí: $f(x) := x^3$, $g(x) := x^{-3}$, $h(x) := x^{\frac{1}{3}}$.

644. Načrtněte v kartézské soustavě souřadnic (do jednoho obrázku) grafy funkcí: $f(x) := \sin x$, $g(x) := \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$, $h(x) := 1 + \sin x$.

645. Načrtněte v kartézské soustavě souřadnic (do jednoho obrázku) grafy funkcí: $f(x) := 3^x$, $g(x) := \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $h(x) := \log_3 x$.

646. Načrtněte v kartézské soustavě souřadnic (do jednoho obrázku) grafy funkcí: $f(x) := \sqrt[3]{x}$, $g(x) := \sqrt[4]{x}$.

647. Načrtněte v kartézské soustavě souřadnic (do jednoho obrázku) grafy funkcí: $f(x) := \operatorname{tg} x$, $g(x) := \operatorname{arctg} x$, do jiného obrázku grafy: $h(x) := \sin x$, $k(x) := \arcsin x$. Pojednejte o definičních oborech a oborech hodnot; vysvětlete případné rozdíly mezi oběma obrázky.